



# Introduction à la théorie de la Viabilité

**Isabelle Alvarez et Sophie Martin**  
IRSTEA

Pour mieux  
affirmer  
ses missions,  
le Cemagref  
devient Irstea



[www.irstea.fr](http://www.irstea.fr)



# Plan

La théorie mathématique de la viabilité et son intérêt pour maintenir un système dynamique contrôlé dans un ensemble de contraintes

## Poser un problème de viabilité

- Exemple du lac et les exploitations riveraines
- Concepts de la théorie mathématique de la viabilité
- Exercice : poser un nouveau problème de viabilité

## Calculer des noyaux de viabilité

- Comprendre l'algorithme

## Utiliser les noyaux de viabilité

- Définir des stratégies viables et robustes aux perturbations dans l'espace des états
- Découverte et optimisation a posteriori
- Formalisme adapté à l'ingénierie de l'environnement et du développement durable

# Partie I : Poser un problème de viabilité

## Un exemple : les exploitations riveraines du lac

Enjeu : l'eutrophisation des lacs



L'eutrophisation des lacs est un processus d'accumulation de nutriments dans le lac. Le phosphore est principalement concerné (avec l'azote). Il provient des engrais agricoles et des eaux usées.

### Lac oligotrophe :

- Eau claire et saine
- Biodiversité élevée



### Lac eutrophe :

- Eau turbide
- Eau putride et toxique (bloom bactérien)
- Diminution de l'oxygène dissout
- Perte de biodiversité (étouffement d'espèce, développement d'algues)

L'eutrophisation a des effets néfastes sur la qualité de l'eau :

- développement rapide d'algues non consommées : diminution de la lumière et de l'oxygène
- développement de bactéries qui consomment l'oxygène dissout, production de gaz délétères

⇒ Impact sur l'utilisation de la ressource, la biodiversité, le tourisme

⇒ Diminuer les effets de l'eutrophisation n'est pas toujours évident : même en supprimant les apports de phosphore, le lac peut rester eutrophe

# Les exploitations riveraines du lac

Problème posé : le maintien de l'activité agricole



Lac oligotrophe



Lac eutrophe



On désire conserver à la fois un lac en “bonne santé” et l'activité agricole dans le bassin versant

Les exploitants doivent pouvoir exercer leur activité

⇒ apport minimum de Phosphore dans le lac

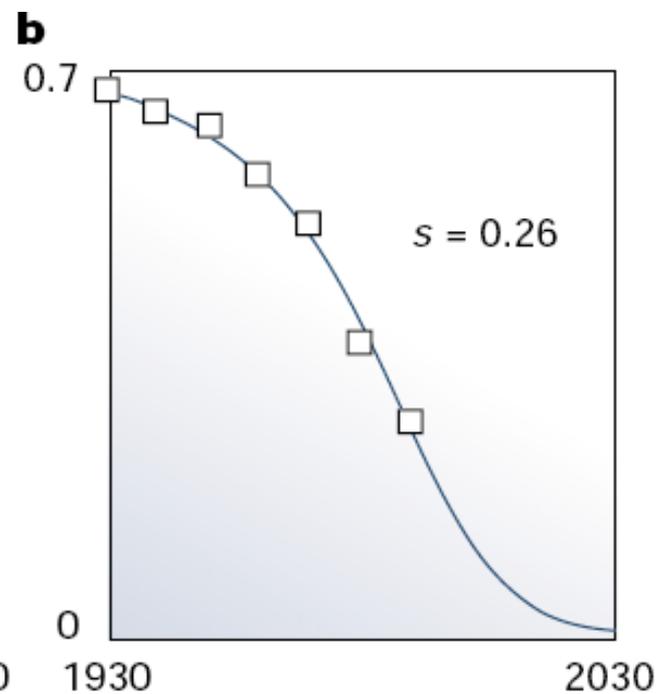
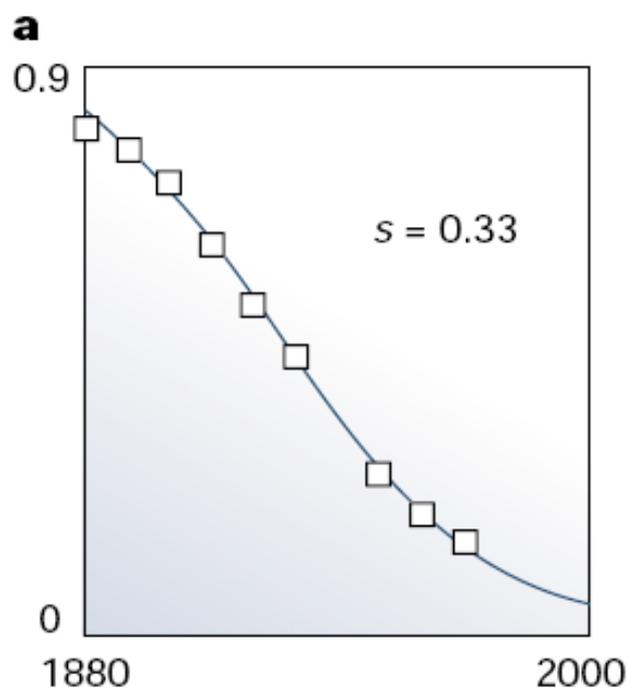
La population préfère un lac oligotrophe (eau claire)

⇒ valeur limite de Phosphore admissible

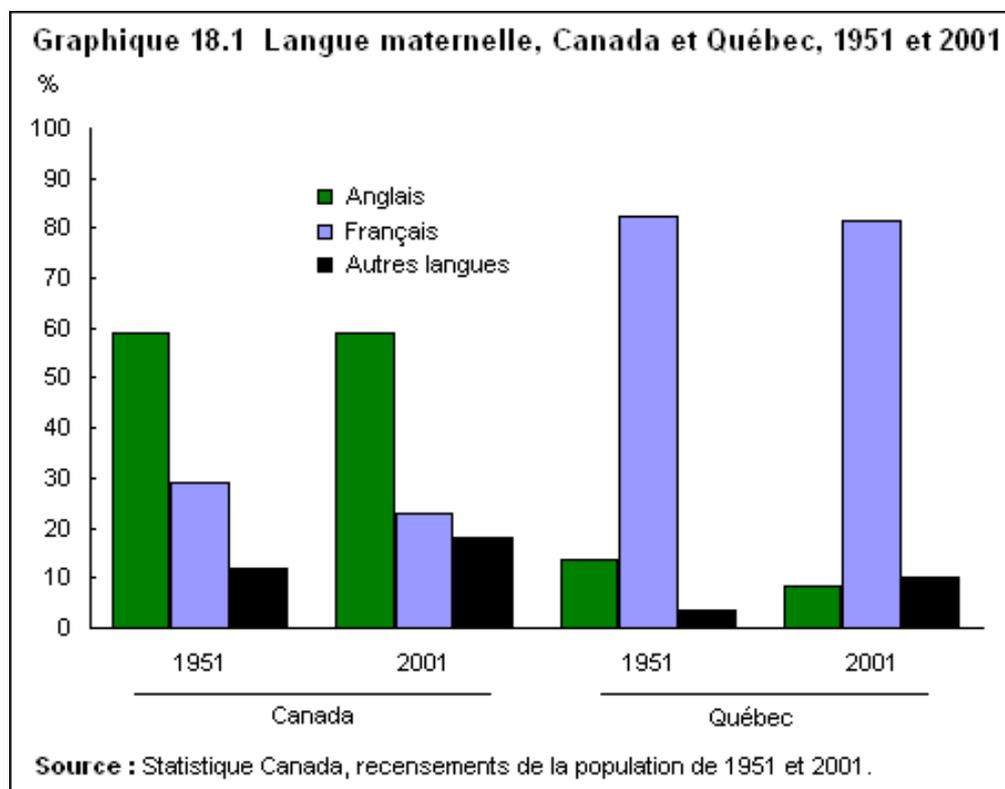
# La compétition entre langues sur un territoire

a : le gaélique écossais province de Sutherland en Ecosse

b : le Quechua province de Huanuco au Pérou



# La compétition entre langues sur un territoire



# La compétition entre langues sur un territoire

Problème posé

**Des milliers de langues du monde sont en train de disparaître.**

**Il y a des données historiques sur le déclin du gallois, du gaélique écossais, du quechua, ...**

**Des modèles ont été proposés (par exemple Abrams Strogatz 2003 : les langues supposées figées sont en concurrence pour les locuteurs, supposés monolingues). Leur objectif est d'inspirer des programmes de préservation.**

**Les langues parlées ont toujours été un enjeu majeur : les annexions de territoires s'accompagnent souvent d'interdiction aux habitants de parler leur langue, l'enseignement en Anglais,...**

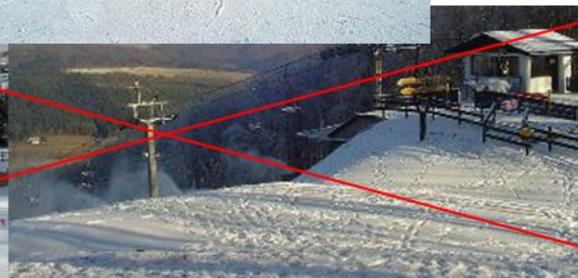
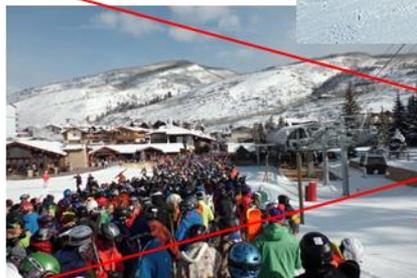
**L'exemple du français au Québec démontre que le déclin de la langue peut être ralenti par des stratégies telles que l'élaboration des politiques, l'éducation et de la publicité, en substance augmentant le statut d'une langue menacée.**

# Tourisme durable

Plage de Porquerolles et Les Sables d'Olonne



Et l'hiver ...





# Tourisme durable

## Problème posé

L'industrie du tourisme s'est considérablement développée au cours des dernières décennies et est devenue l'une des principales sources de revenus dans de nombreux pays.

Pour de nombreux sites touristiques, les infrastructures et activités proposées aux touristes finissent par avoir un impact important sur l'environnement.

Certaines destinations, après une période florissante, ont été abandonnées par les touristes en faveur des sites plus attractifs nouvellement disponibles sur le marché.

Pour attirer les touristes, de nouvelles installations peuvent être envisagées. Parfois, cet effort réussit ; parfois au détriment de l'environnement, qui peut être gravement dégradé.

# Poser le problème de viabilité pour le lac et les exploitations riveraines <sup>10</sup>

Décrire le système : quelles sont les variables d'état ?



Lac oligotrophe

Lac eutrophe



La “bonne santé” du lac peut être mesurée par la concentration de phosphore (P) dissoute dans le lac

La présence d’une activité agricole peut être reliée aux apports de phosphore dans le lac (L)

P et L suffisent à décrire le système “le lac et ses exploitations riveraines”

=> Ce sont les variables d’état du système

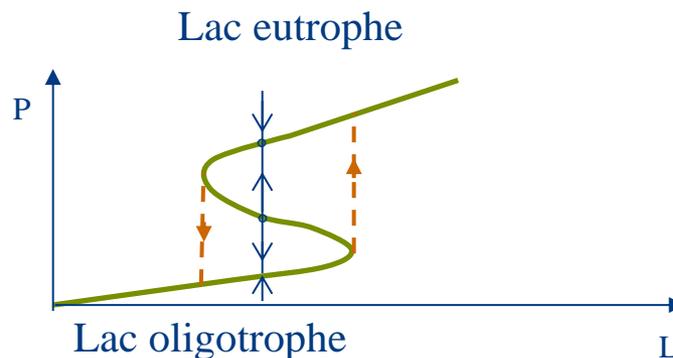
# Poser le problème de viabilité pour le lac et les exploitations riveraines

Décrire les dynamiques du systèmes : comment évoluent les variables ?



Lac oligotrophe

le lac suit une dynamique « connue »  
(Carpenter et al, 99)



Lac eutrophe



$$\frac{dP}{dt}(t) = \underbrace{-b.P(t)}_{\text{perte}} + \underbrace{L(t)}_{\text{apports extérieurs}} + r \frac{P^q(t)}{m^q + P^q(t)}$$

recyclage depuis les alluvions

# Poser le problème de viabilité pour le lac et les exploitations riveraines<sup>12</sup>

Décrire les contraintes : quels sont les états souhaitables du système ?



Lac oligotrophe

- La concentration en Phosphore (P) doit rester sous un seuil pour prévenir l'eutrophisation

$$P(t) \leq P_{\max}$$

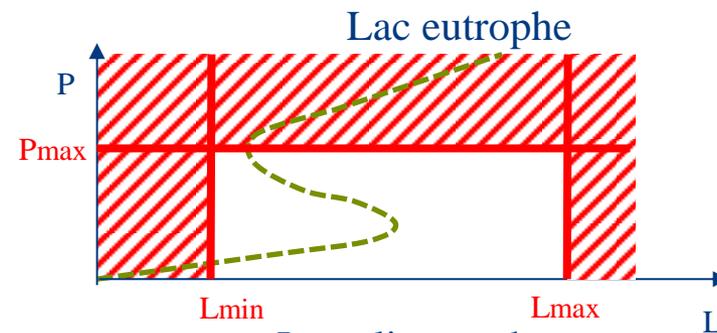
- Les apports en Phosphore (L) doivent être autorisés au-dessus d'un seuil pour permettre aux exploitations d'exercer leur activité

$$L(t) \geq L_{\min}$$

- Les apports en Phosphore (L) doivent être maintenus en-dessous d'un seuil pour éviter une pollution excessive de l'environnement

$$L(t) \leq L_{\max}$$

Lac eutrophe



# Poser le problème de viabilité pour le lac et les exploitations riveraines <sup>13</sup>

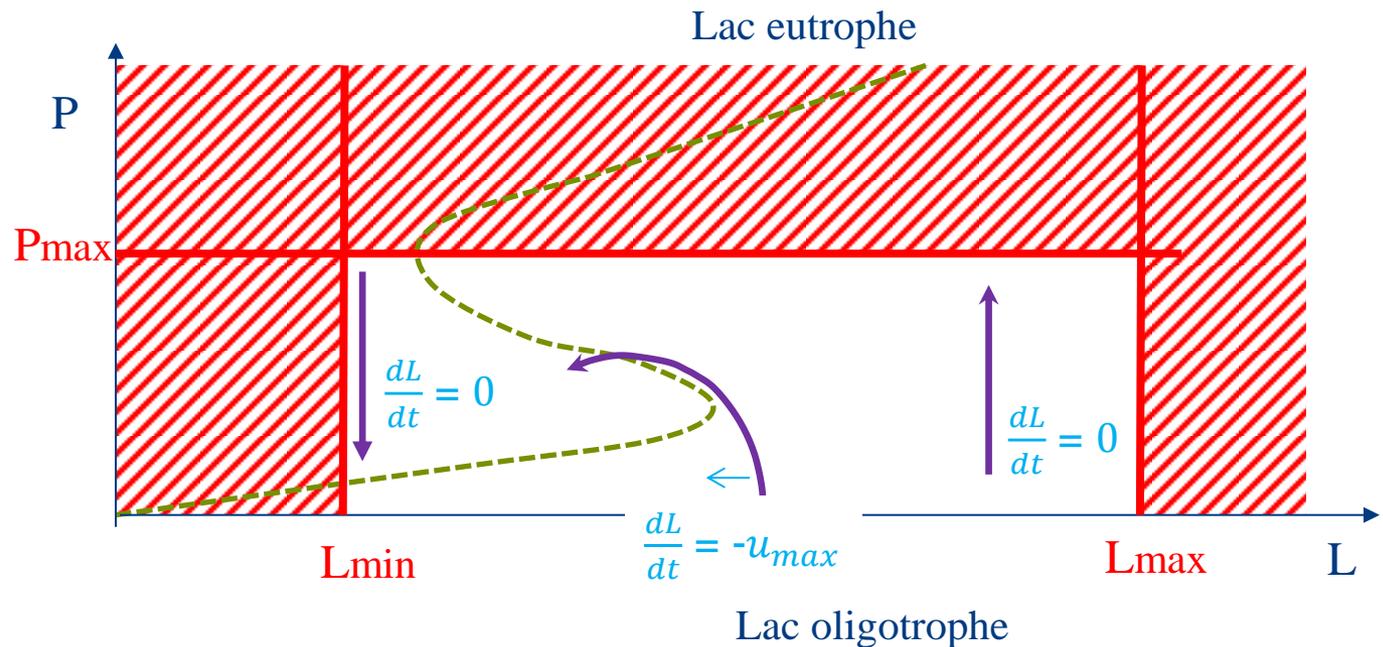
Décrire les contrôles: quelles sont les actions possibles ?



Lac oligotrophe

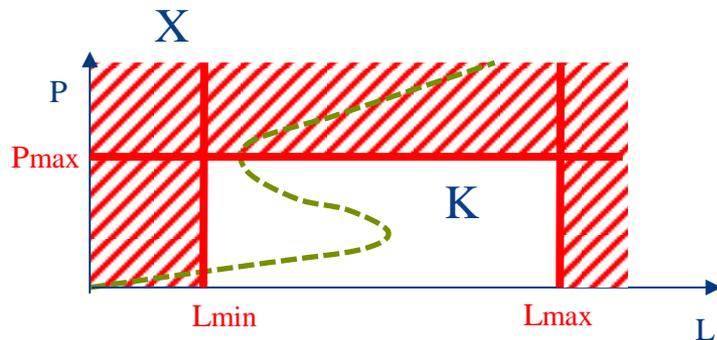
- Limiter les variations des apports en phosphore par la réglementation

$$-u_{max} \leq \frac{dL}{dt} \leq u_{max}$$



# Poser le problème de viabilité pour le lac et les exploitations riveraines

Poser le problème de viabilité



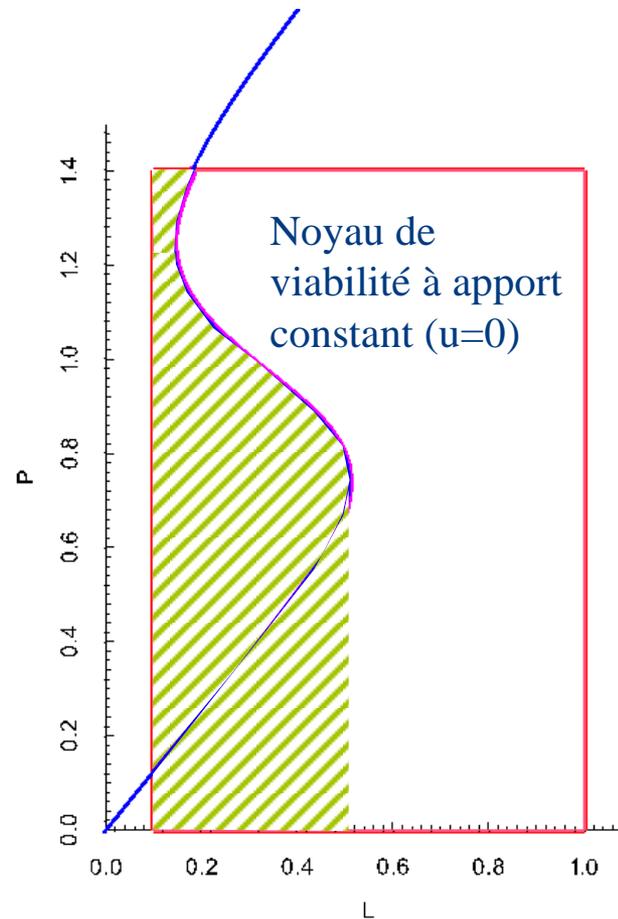
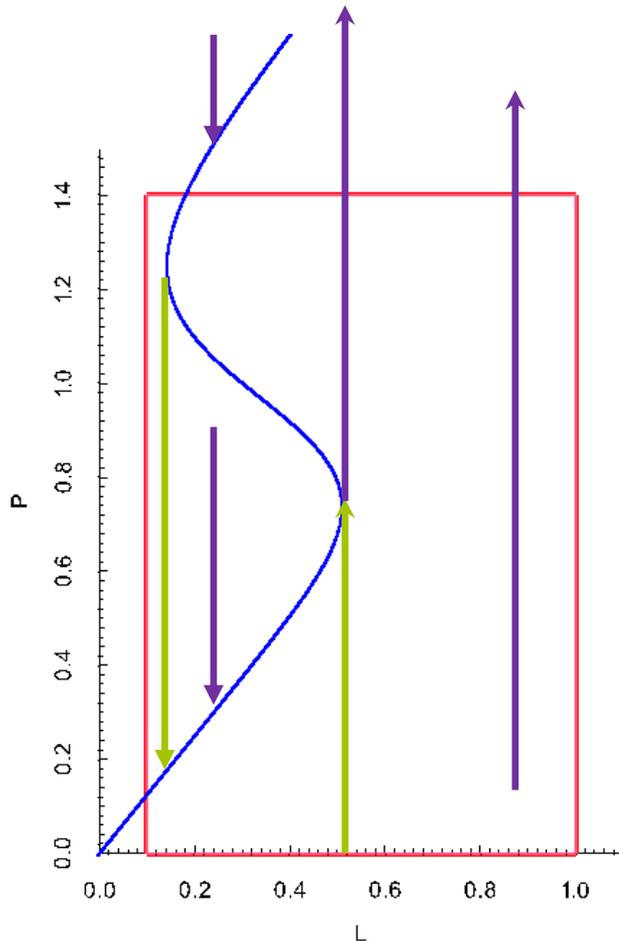
- Maintenir le système décrit par  $(L(t), P(t))$  dans l'ensemble de contrainte  $K$  avec les contrôles admissibles
- C'est chercher les états du système pour lesquels il existe une fonction de contrôle  $u(t)$  telle que :

$$\left\{ \begin{array}{l} (L(t), P(t)) \in X \\ \frac{dL}{dt}(t) = u(t) \\ \frac{dP}{dt}(t) = -b.P(t) + L(t) + r \frac{P^q(t)}{m^q + P^q(t)} \\ u \in U = [-u_{\max}; u_{\max}] \\ (L(t), P(t)) \in K = [L_{\min}; L_{\max}] \times [0; P_{\max}] \end{array} \right.$$

# 1.2. Concepts de la théorie de la viabilité

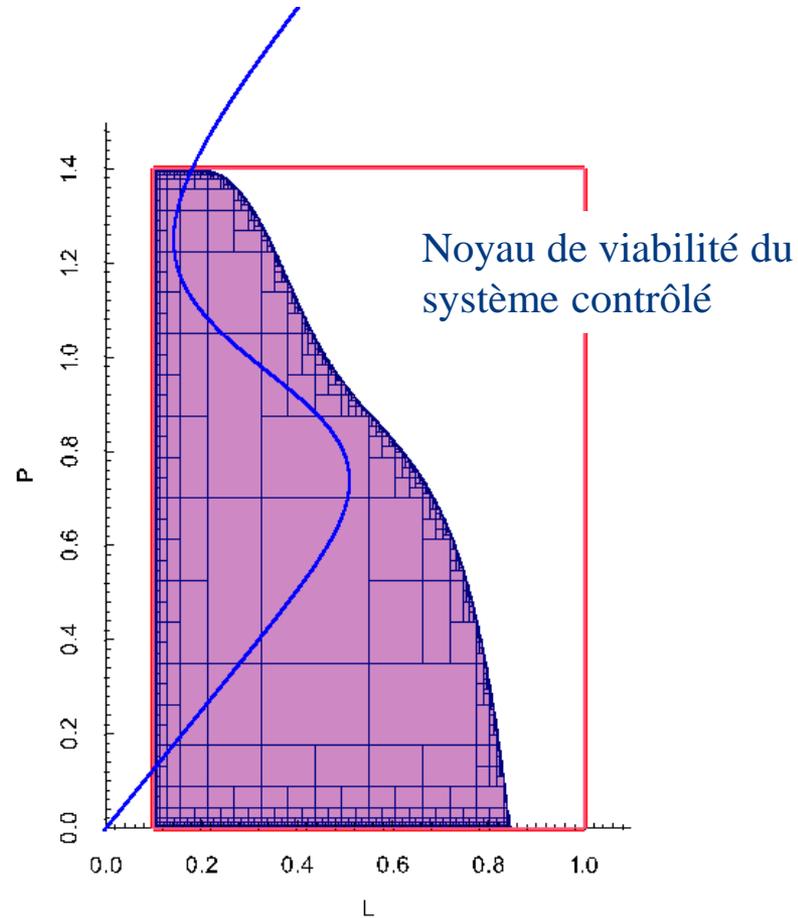
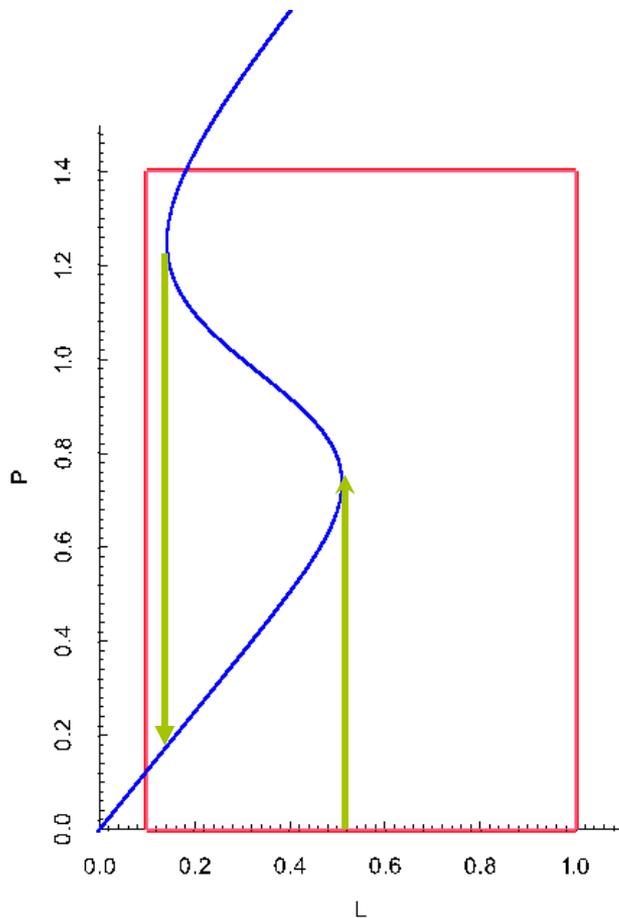
La Bible en deux éditions : Aubin,91 ; Aubin, Bayen et P. Saint-Pierre, 2011

L'ensemble des états à partir desquels il est possible de contrôler le système pour rester dans l'ensemble des contraintes est le noyau de viabilité.



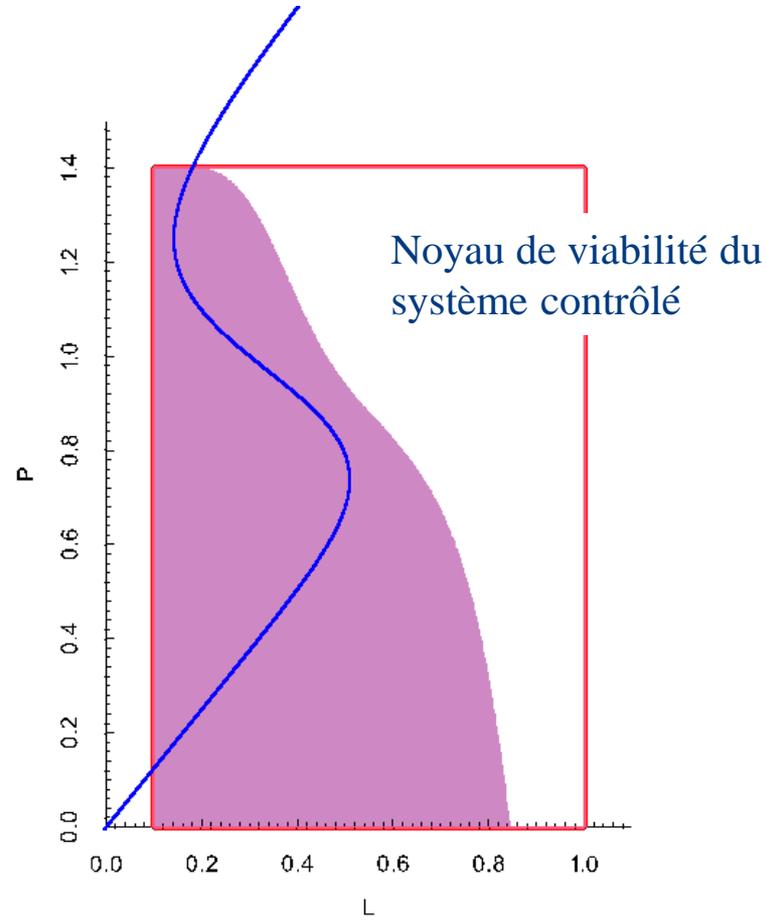
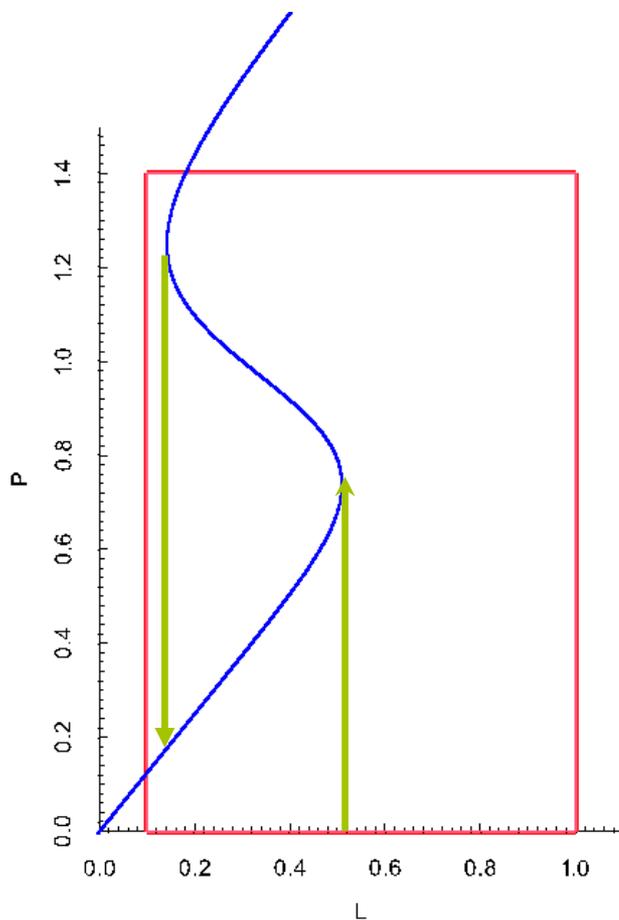
# Concepts de la théorie de la viabilité

L'ensemble des états à partir desquels il est possible de contrôler le système pour rester dans l'ensemble des contraintes est le noyau de viabilité.



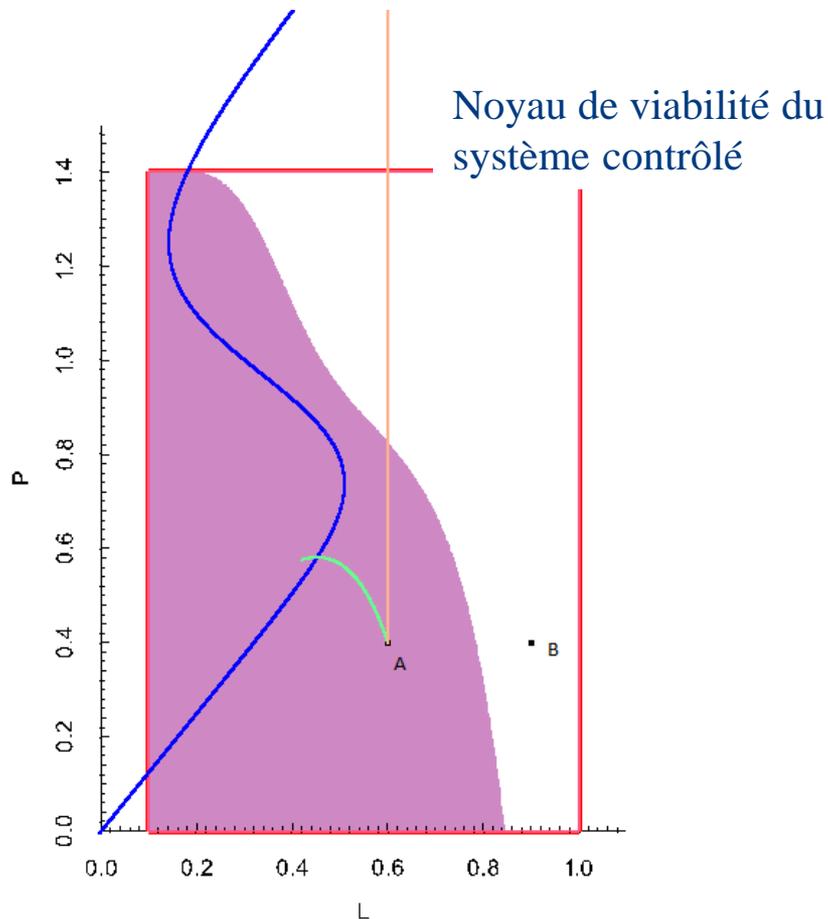
# Concepts de la théorie de la viabilité

L'ensemble des états à partir desquels il est possible de contrôler le système pour rester dans l'ensemble des contraintes est le noyau de viabilité.



# Concepts de la théorie de la viabilité

L'ensemble des états à partir desquels il est possible de contrôler le système pour rester dans l'ensemble des contraintes est le noyau de viabilité.



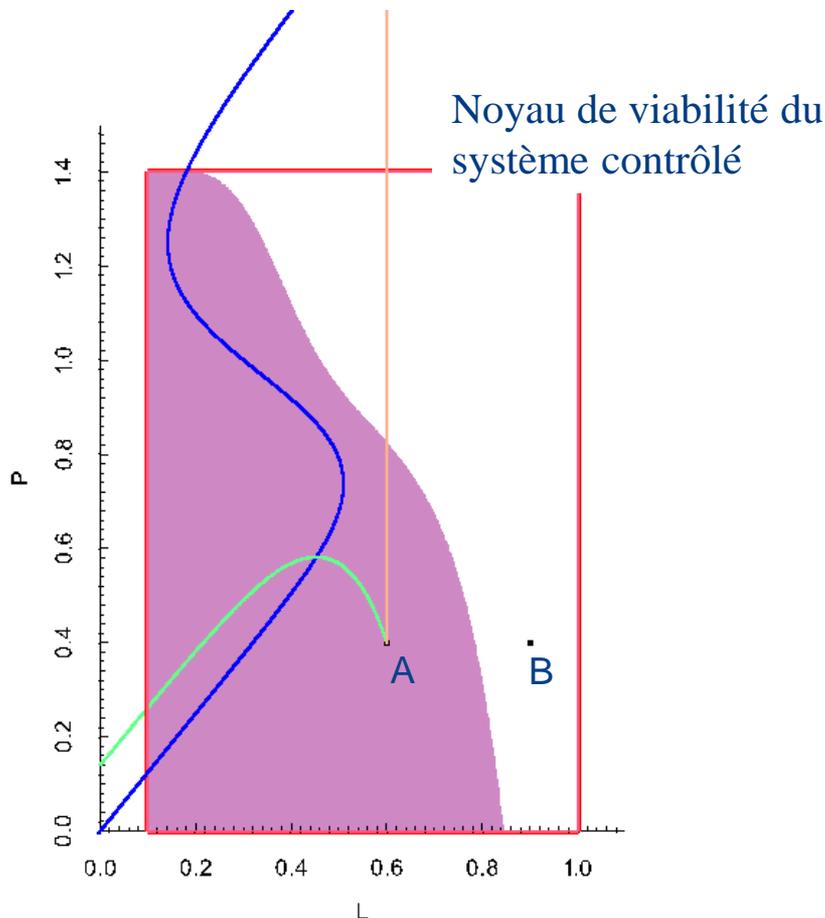
A partir du point  $A$ , si les apports restent constants, le lac finit par devenir eutrophe

A fait partie du noyau de viabilité, on peut trouver une suite de contrôles qui permet de rester dans le noyau

- Avec  $u = -0.09$

# Concepts de la théorie de la viabilité

L'ensemble des états à partir desquels il est possible de contrôler le système pour rester dans l'ensemble des contraintes est le noyau de viabilité.



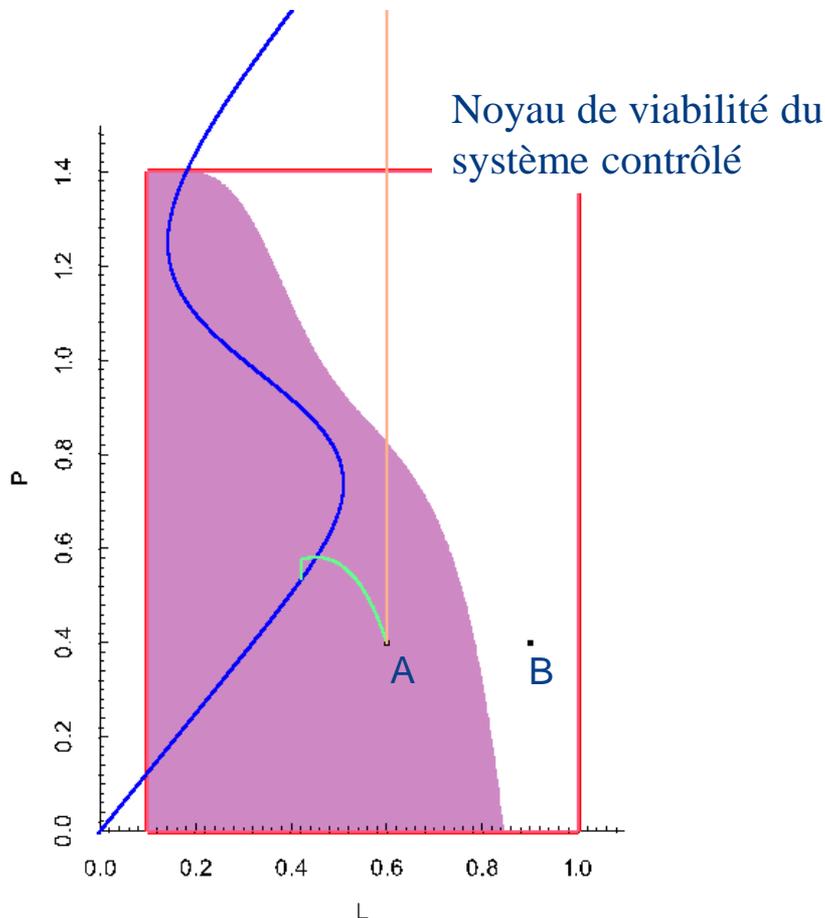
A partir du point A, si les apports restent constants, le lac finit par devenir eutrophe

A fait partie du noyau de viabilité, on peut trouver une suite de contrôles qui permet de rester dans le noyau

- Avec  $u = -0.09$
- Mais au bout d'un moment les exploitations agricoles ne peuvent plus vivre

# Concepts de la théorie de la viabilité

L'ensemble des états à partir desquels il est possible de contrôler le système pour rester dans l'ensemble des contraintes est le noyau de viabilité.



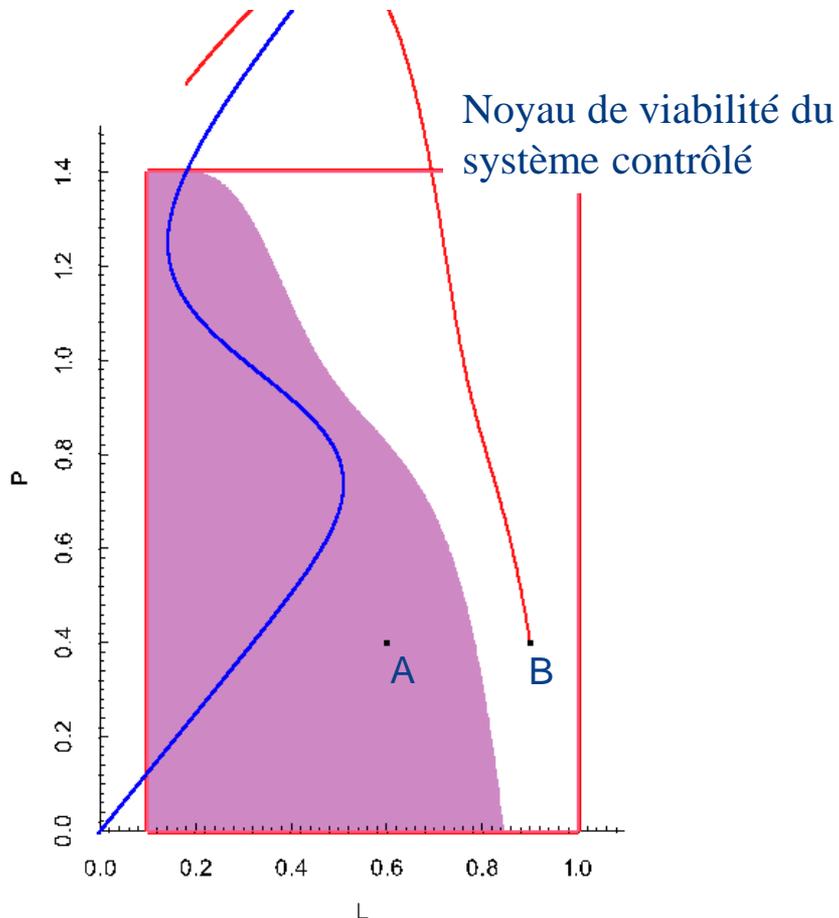
A partir du point A, si les apports restent constants, le lac finit par devenir eutrophe

A fait partie du noyau de viabilité, on peut trouver une suite de contrôles qui permet de rester dans le noyau

- Avec  $u = -0.09$
- Puis  $u = 0$

# Concepts de la théorie de la viabilité

L'ensemble des états à partir desquels il est possible de contrôler le système pour rester dans l'ensemble des contraintes est le noyau de viabilité.



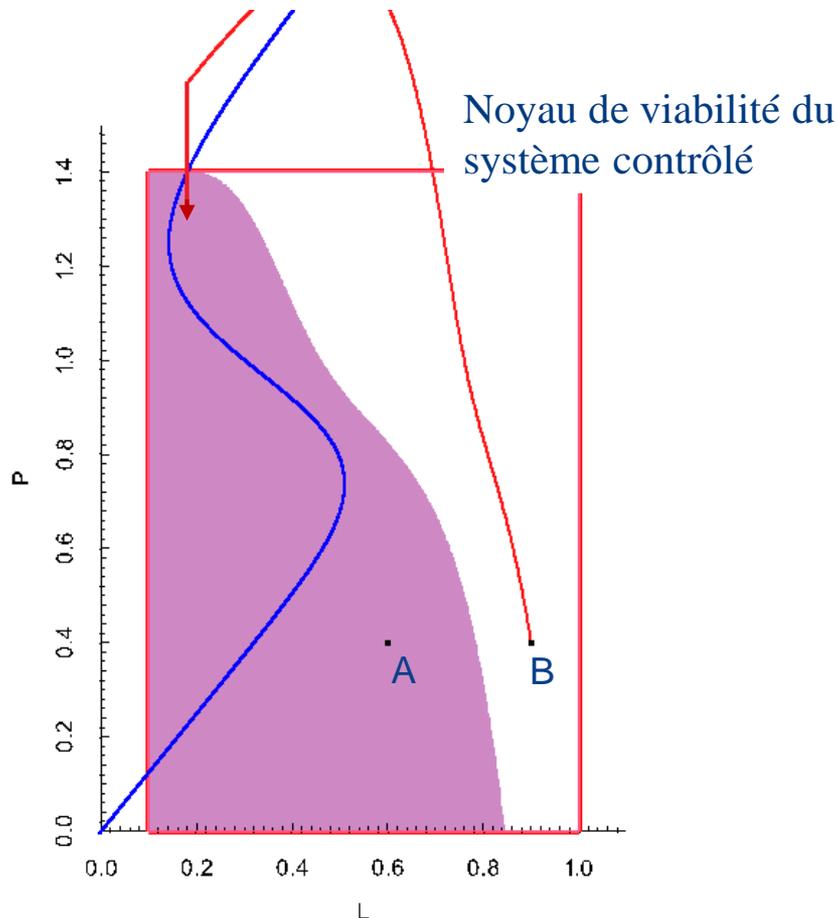
A partir du point  $B$ , aucune suite de contrôles ne permet de rester dans l'ensemble des contraintes

- Avec  $u=-0.09$ , ce qui représente la diminution maximale possible, le lac finit par devenir eutrophe

# Concepts de la théorie de la viabilité

L'ensemble des états à partir desquels il est possible de contrôler le système pour rester dans l'ensemble des contraintes est le noyau de viabilité.

L'ensemble des états à partir desquels il est possible de revenir au noyau de viabilité est le bassin de capture du noyau de viabilité



A partir du point  $B$ , aucune suite de contrôles ne permet de rester dans l'ensemble des contraintes

- Avec  $u=-0.09$ , ce qui représente la diminution maximale possible, le lac finit par devenir eutrophe
- Mais il finira par redevenir oligotrophe en poursuivant avec  $u=-0.09$  puis  $u=0$

=> Le point  $B$  appartient au bassin de capture du noyau de viabilité

# Poser un nouveau problème de viabilité

Les questions à se poser

## Quels sont les comportements souhaitables ?

- Comment décrire les comportements souhaitables ?
- Comment leur faire correspondre une zone de l'espace ?

## Quelles sont les variables du problèmes ?

- Quelles variables sont nécessaires pour décrire les comportements souhaitables?
- En déduire l'ensemble des contraintes.

La dynamique est demandée à des experts

## Quels sont les contrôles du problème ?

- Quelles actions sont envisageables pour modifier l'évolution ?
- Suggérer des contrôles possibles ...

# La compétition entre langues sur un territoire

Problème à poser en terme de viabilité

Deux langues coexistent sur un territoire.  
Le nombre de locuteurs évolue au cours du temps.  
Il existe des personnes bilingues.

Plusieurs objectifs peuvent être poursuivis par le gouvernement ...

- ⇒ Lister quelques objectifs possibles
- ⇒ Rechercher les variables et les zones de l'espace correspondantes
- ⇒ Définir un ensemble de contraintes

Plusieurs actions sont possibles pour influencer la pratique de chaque langue dans la population ...

- ⇒ Lister les contrôles correspondants
- ⇒ Réfléchir à leur influence sur les variables utilisées pour décrire les contraintes
- ⇒ Proposer une liste de variables et de contrôles

En déduire un problème de viabilité

# Le tourisme durable

Problème à poser en terme de viabilité

Pour de nombreux sites touristiques, les infrastructures et activités proposées aux touristes finissent par avoir un impact important sur l'environnement.

Certaines destinations, après une période florissante, ont été abandonnées par les touristes en faveur des sites plus attractifs nouvellement disponibles sur le marché.

Plusieurs objectifs peuvent être poursuivis par le gestionnaire ...

- ⇒ Lister quelques objectifs possibles
- ⇒ Rechercher les variables et les zones de l'espace correspondantes
- ⇒ Définir un ensemble de contraintes

Plusieurs actions sont possibles pour favoriser un tourisme durable ...

- ⇒ Lister les contrôles correspondants
- ⇒ Réfléchir à leur influence sur les variables utilisées pour décrire les contraintes
- ⇒ Proposer une liste de variables et de contrôles

En déduire un problème de viabilité

# La compétition entre langues sur un territoire

Modélisation proposée

Espace des états :

$\sigma_A$  : proportion de locuteurs de la langue A

$\sigma_B$  : proportion de locuteurs de la langue B

$S$  : prestige relatif des deux langues

Dynamiques :

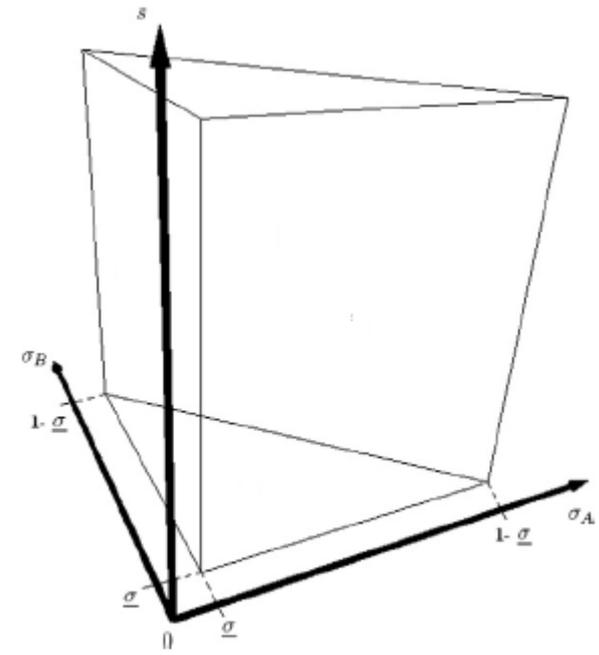
$$\begin{cases} \frac{d\sigma_A}{dt} = (1 - \sigma_A - \sigma_B)(1 - \sigma_B)^a S - \sigma_A \sigma_B^a (1 - S), \\ \frac{d\sigma_B}{dt} = (1 - \sigma_A - \sigma_B)(1 - \sigma_A)^a (1 - S) - \sigma_B \sigma_A^a S, \\ \frac{ds}{dt} = u, \\ u \in U \end{cases}$$

# La compétition entre langues sur un territoire

Modélisation proposée

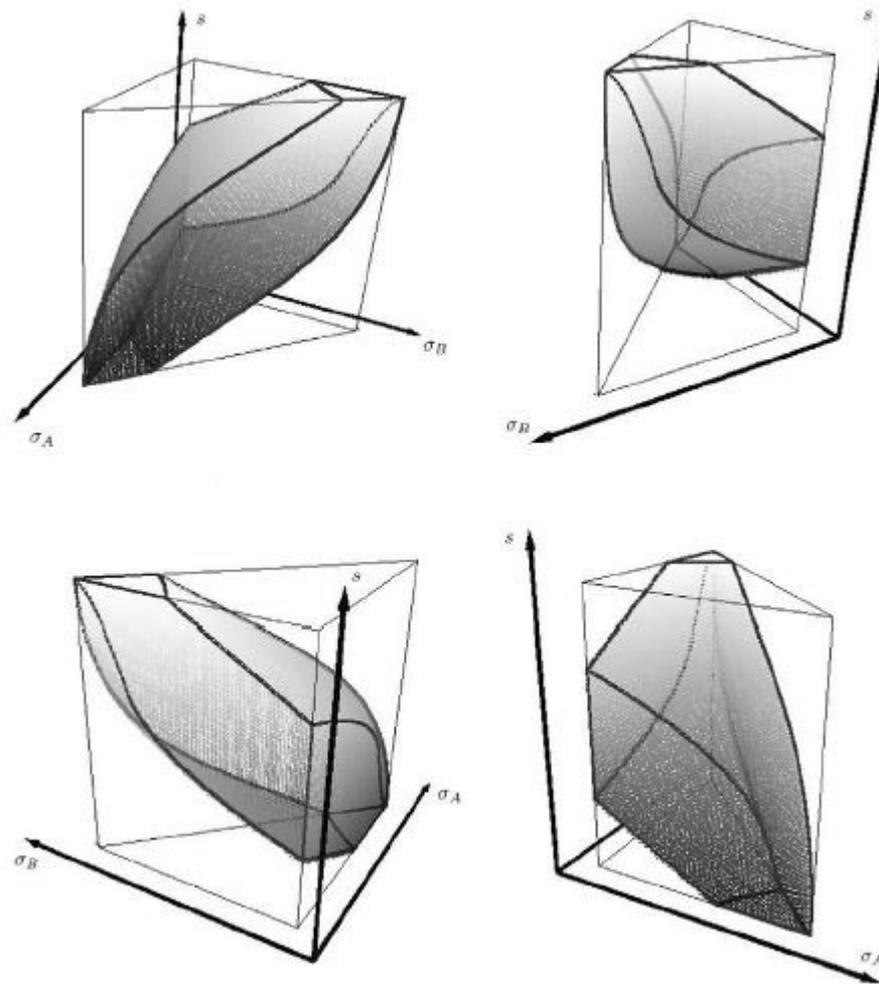
Ensemble de contraintes décrivant la propriété souhaitée :

$$\forall t \geq 0, \begin{cases} 0 < \underline{\sigma} \leq \sigma_A(t) \leq 1, \\ 0 < \underline{\sigma} \leq \sigma_B(t) \leq 1, \\ 0 \leq s(t) \leq 1. \end{cases}$$



# La compétition entre langues sur un territoire

Résultats obtenus





# Tourisme durable

Modélisation proposée

Espace des états :

$T$  : la quantité de touristes présents sur le site

$E$  : la qualité de l'environnement

$C$  : les infrastructures construites pour les touristes

# Tourisme durable

Modélisation proposée

Dynamiques :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{T}(t) = T(t) \left[ \mu_E \frac{E(t)}{E(t) + \varphi_E} + \mu_C \frac{C(t)}{C(t) + \varphi_C T(t) + \varphi_C} - \alpha T(t) - a(t) \right] \\ \dot{E}(t) = E(t) \left[ r E(t) \left( 1 - \frac{E(t)}{K} \right) - \beta C(t) - \gamma T(t) \right] \\ \dot{C}(t) = -\delta C(t) + \epsilon(t) T(t) \\ \epsilon(t) \in [\underline{\epsilon}; \bar{\epsilon}] \\ a(t) \in [\underline{a}; \bar{a}] \end{array} \right.$$

# Tourisme durable

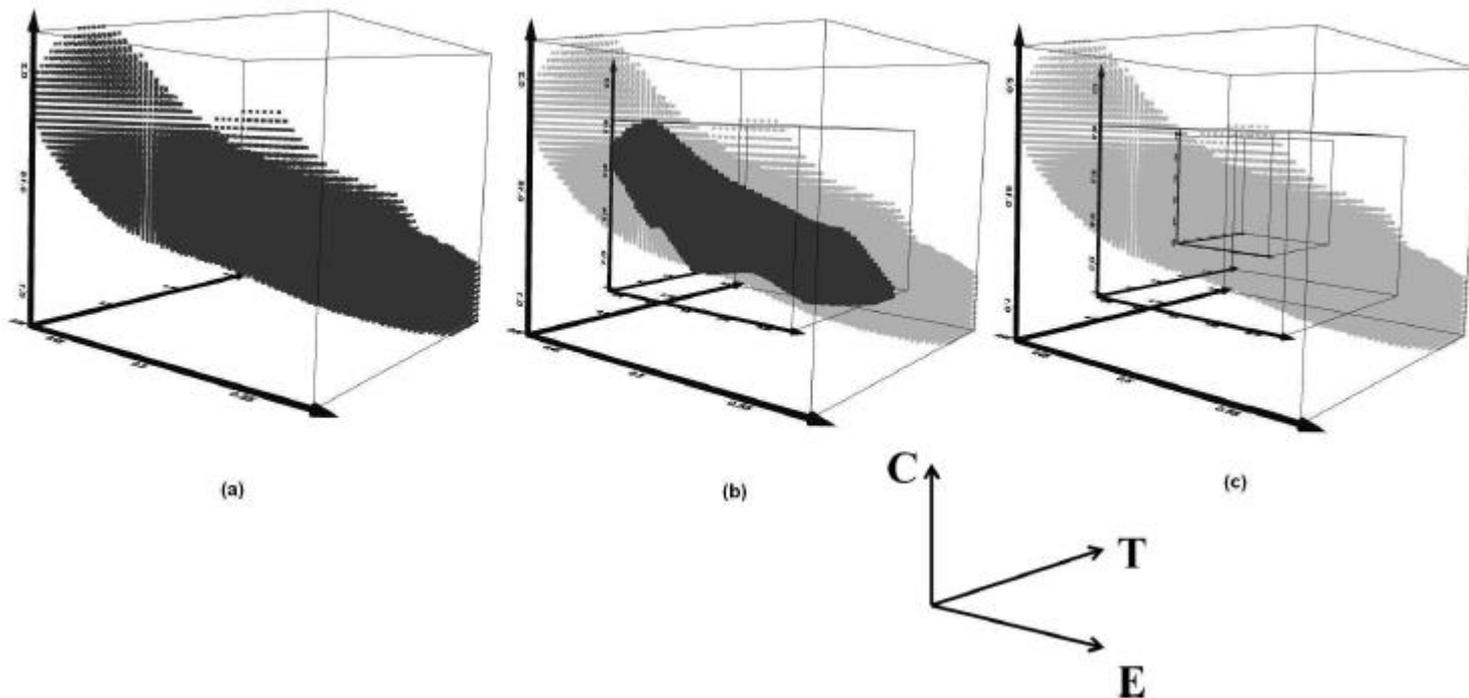
Modélisation proposée

Ensemble de contraintes décrivant la propriété souhaitée :

$$K = [\bar{T} - \Delta; \bar{T} + \Delta] \times [\bar{E} - \Delta; \bar{E} + \Delta] \times [\bar{C} - \Delta; \bar{C} + \Delta]$$

# Tourisme durable

Résultats obtenus



# Restitution

## Les caractéristiques de la méthode

### Les contraintes sont arbitraires

- Une part essentielle de la définition du problème consiste à fixer les contraintes
- C'est là que doit se concentrer les efforts (et non sur la résolution)

### Les contraintes sont un sous-ensemble de l'espace des états

- La description du problème doit ajouter autant de variables que nécessaire

$$\left\{ \begin{array}{l} P(t) \in X \\ \frac{dP}{dt}(t) = -b.P(t) + u(t) + r \frac{P^q(t)}{m^q + P^q(t)} \\ u \in U = [L_{\min}; L_{\max}] \\ P(t) \in K = [0; P_{\max}] \end{array} \right.$$

## Les limites de la méthode

### L'évolution des variables doit être connue

- La dynamique est connue

### L'effet des contrôles doit être connu

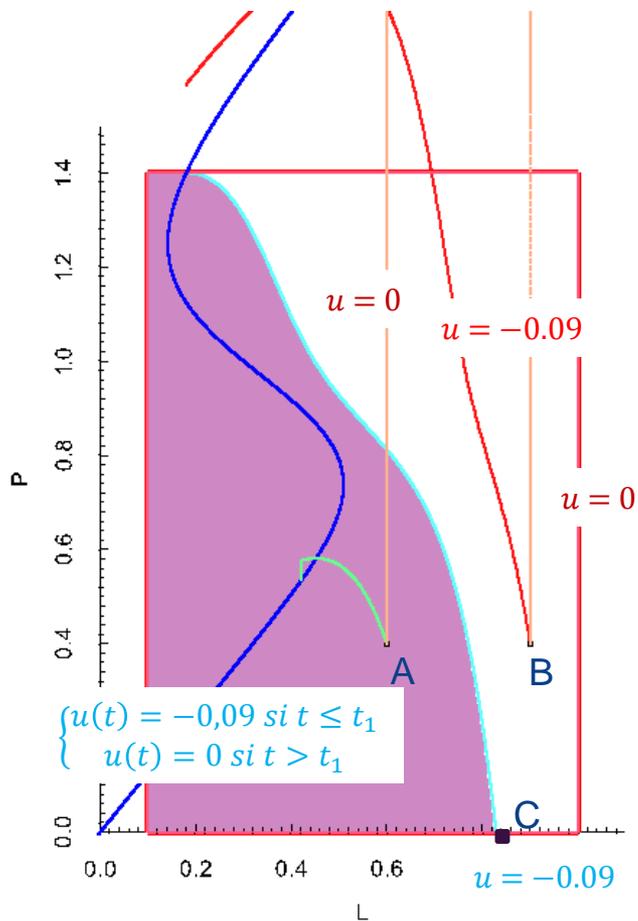
- Un contrôle fait partie de la dynamique



PAUSE

# Partie II : Comprendre l'algorithme

## Tester des trajectoires



Une trajectoire au moins issue de  $A$  ou de  $C$  est dans  $K$

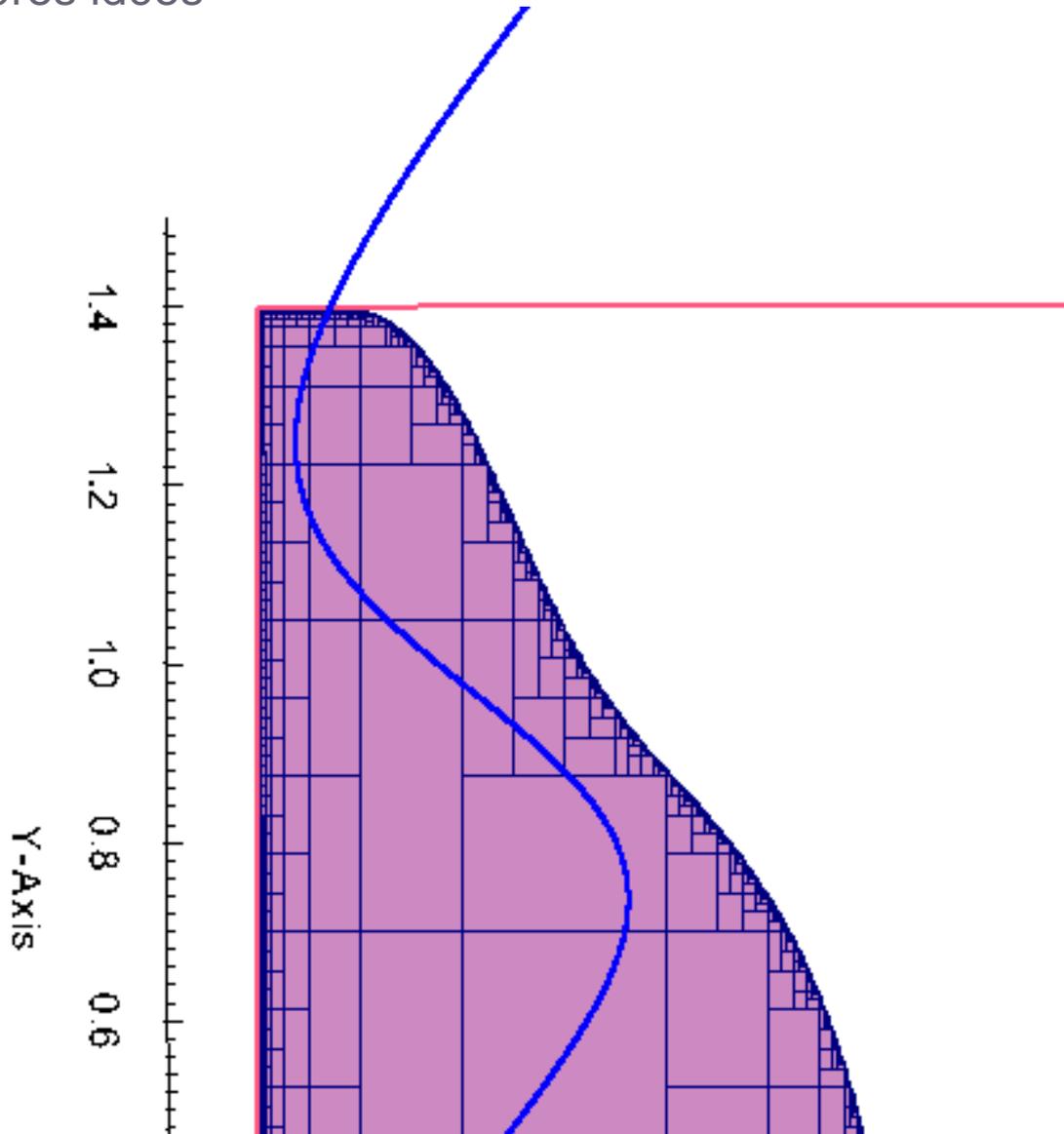
$\Rightarrow A$  et  $C$  sont dans le noyau de viabilité

Toutes les trajectoires issues de  $B$  sortent de  $K$

$\Rightarrow B$  n'est pas dans le noyau de viabilité

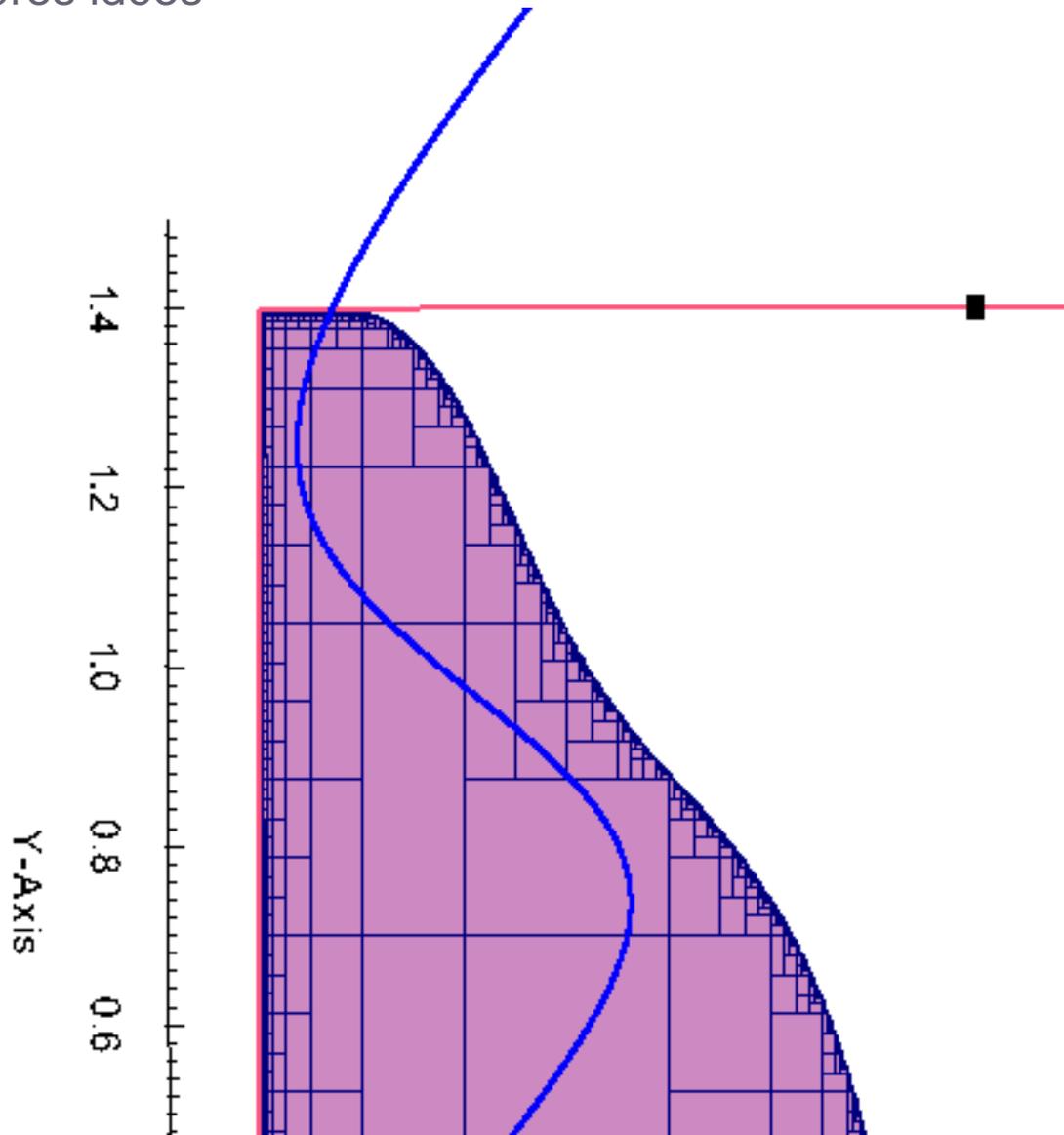
# Approcher des noyaux de viabilité

Premières idées



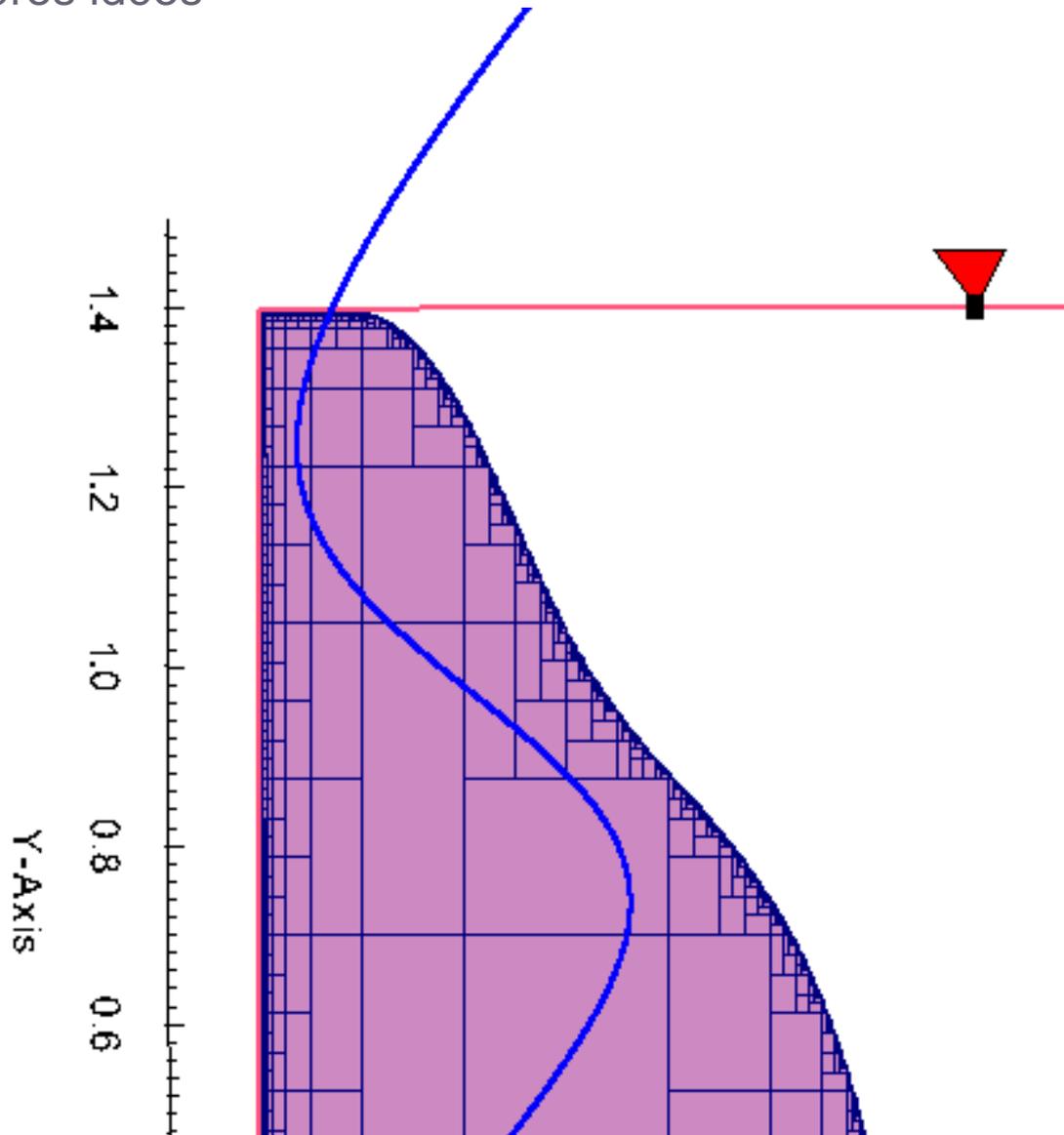
# Approcher des noyaux de viabilité

Premières idées



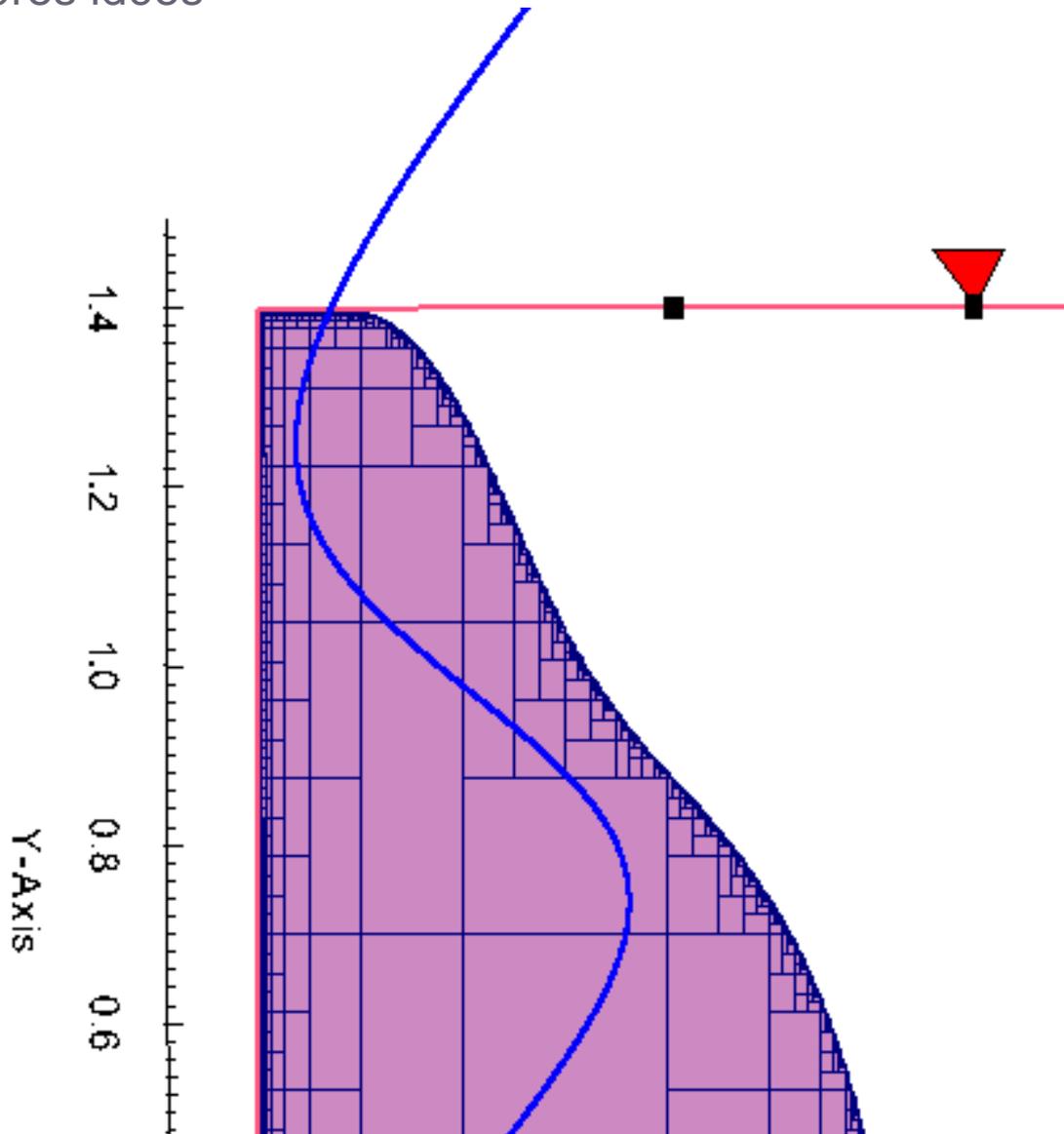
# Approcher des noyaux de viabilité

Premières idées



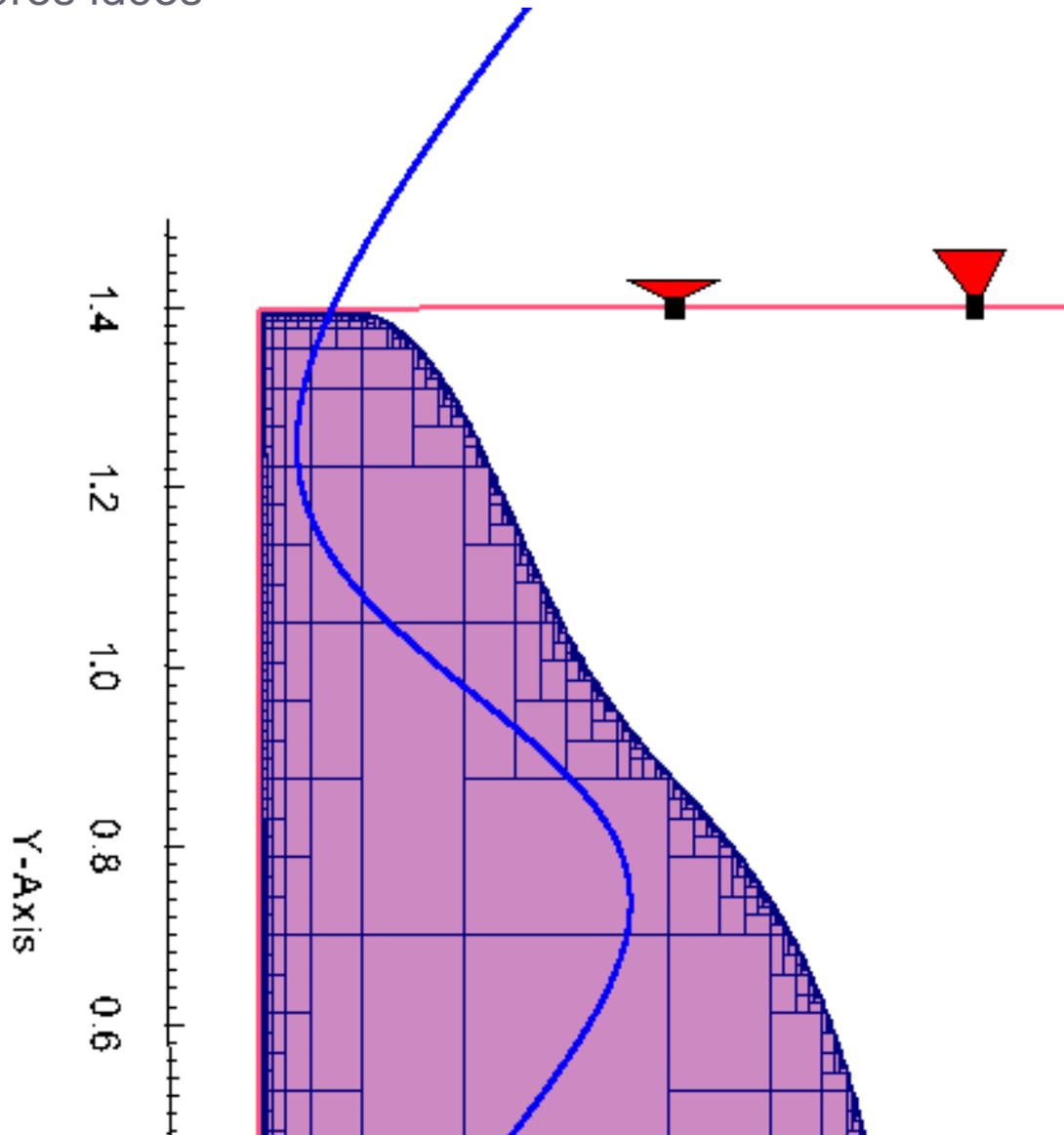
# Approcher des noyaux de viabilité

Premières idées



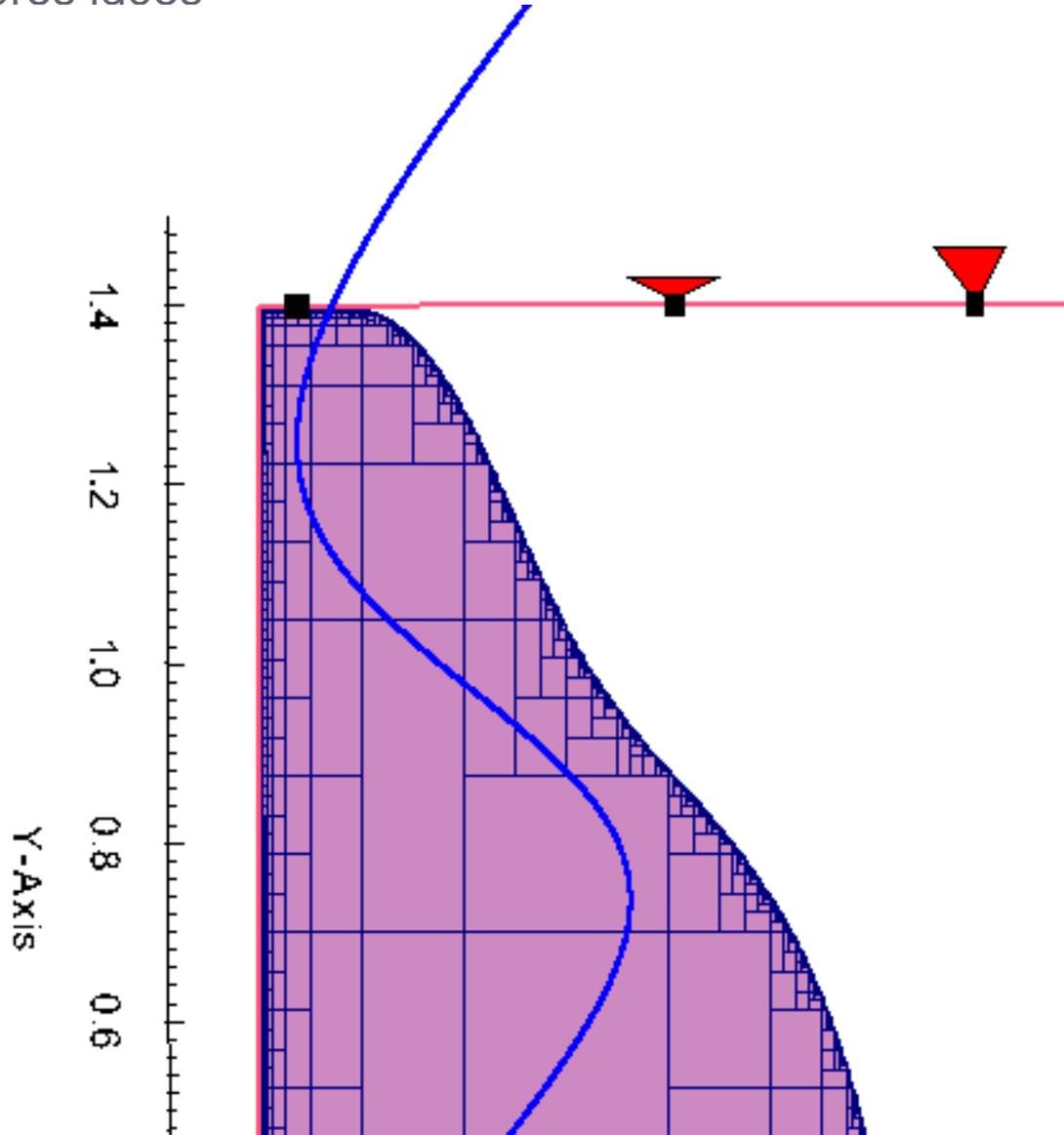
# Approcher des noyaux de viabilité

Premières idées



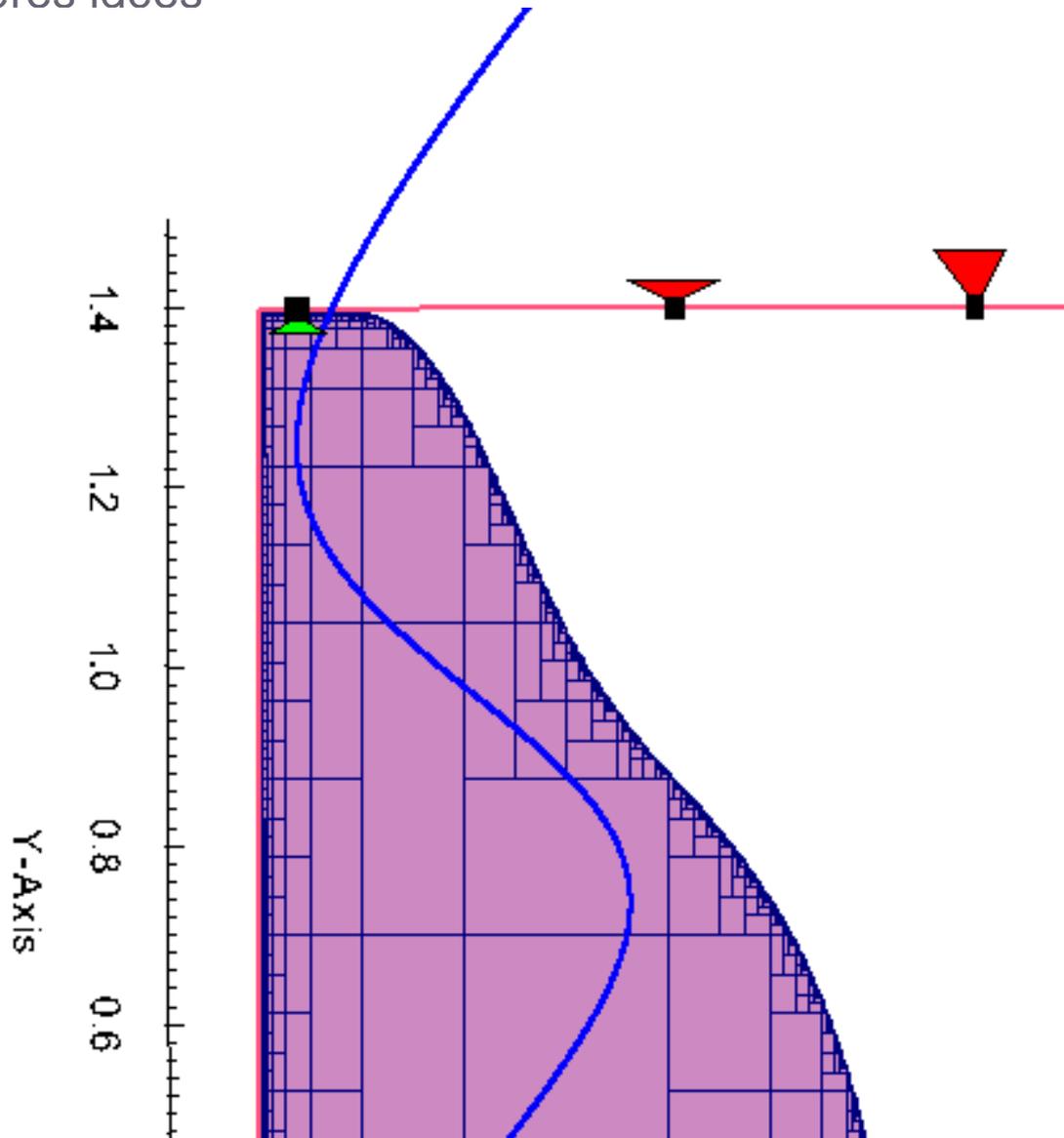
# Approcher des noyaux de viabilité

Premières idées



# Approcher des noyaux de viabilité

Premières idées



# Approcher des noyaux de viabilité

## Schéma numérique original de Patrick Saint-Pierre

Garantit la CV vers le noyau théorique

Des algorithmes d'approximations généralistes basés sur des grilles régulières, des fonctions de classifications (SVM, kd-Tree, NN, ...)

<https://gitlab.iscpif.fr/viability/viabilitree>



lake20mu.ovg

Algos gourmands en mémoire et en temps limitant leur utilisation à la dimension 6 sur des machines classiques.

Avec ou sans garantie de CV vers le noyau théorique

Des algorithmes spécialisés (cas linéaire, cas discret, cas stochastique, calculs de trajectoires, etc.)

# Partie III : Utiliser les noyaux de viabilité

Proposition de lois de contrôles viables

Avec les stratégies viables on peut contrôler le système pour qu'il reste toujours dans le noyau de viabilité

## Trajectoires "lourdes"

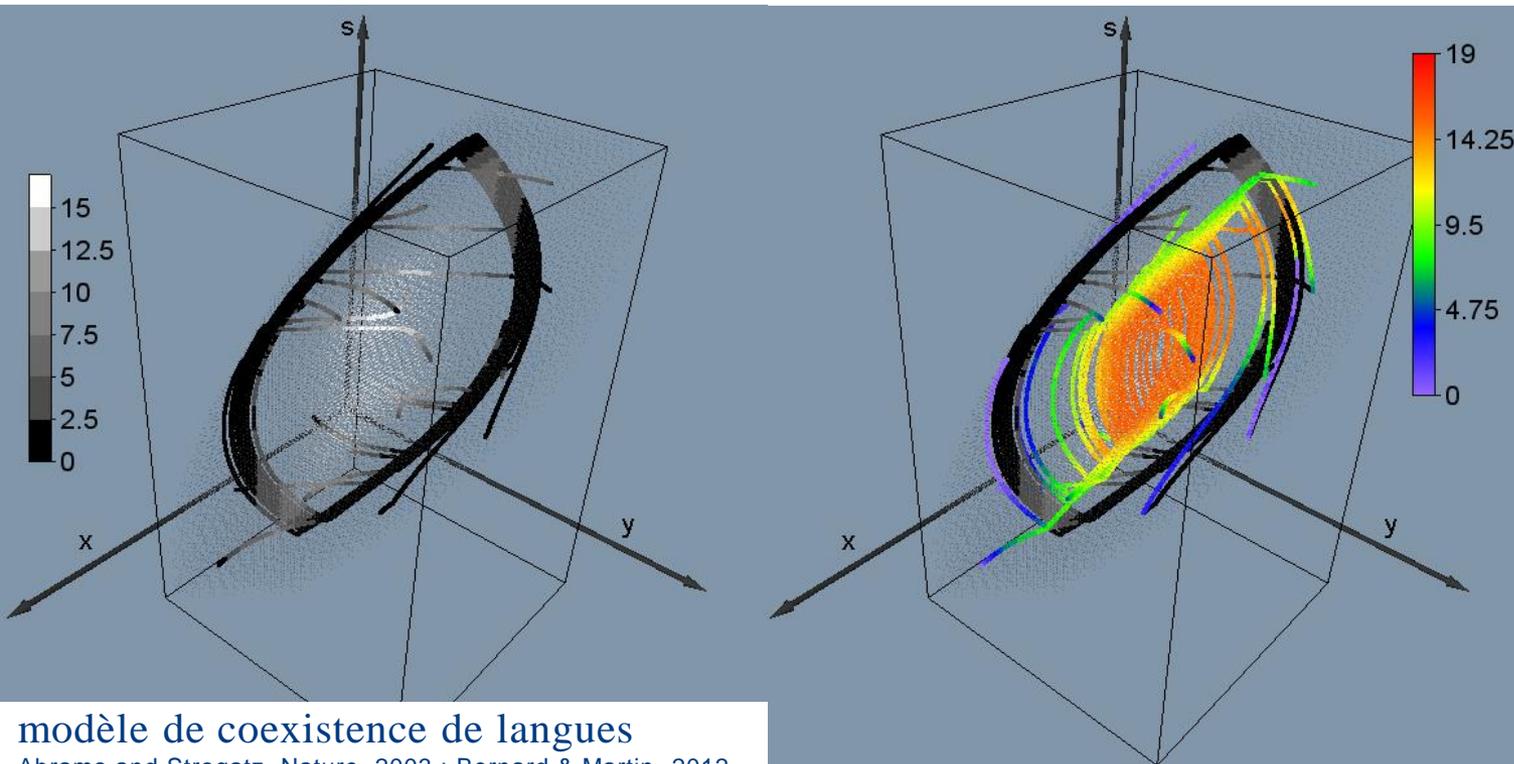
minimiser  $\left\| \frac{du}{dt} \right\|$  à chaque pas de temps

Aubin & Frankowska, 1984

## Trajectoires "lentes"

minimiser  $\|u\|$  à chaque pas de temps

Falcone & Saint-Pierre, 1987



Trajectoires  
"prudentes"  
(à distance  $m$  de la  
frontière du noyau)

Alvarez & Martin, 2011

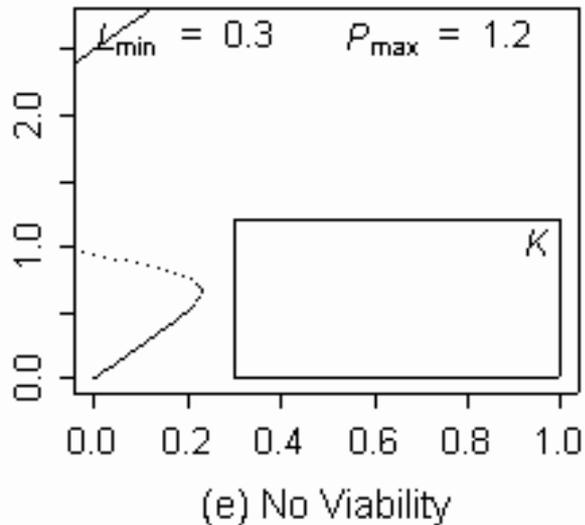
# Utiliser les noyaux de viabilité

Analyse du problème : Noyau vide ou hors du noyau sans possibilité de retour

Exemple :



Un petit lac de montagne pourra ne pas supporter une activité agricole intensive dans son voisinage



## Que faire ?

Changer le problème :

Les contraintes

Les contrôles

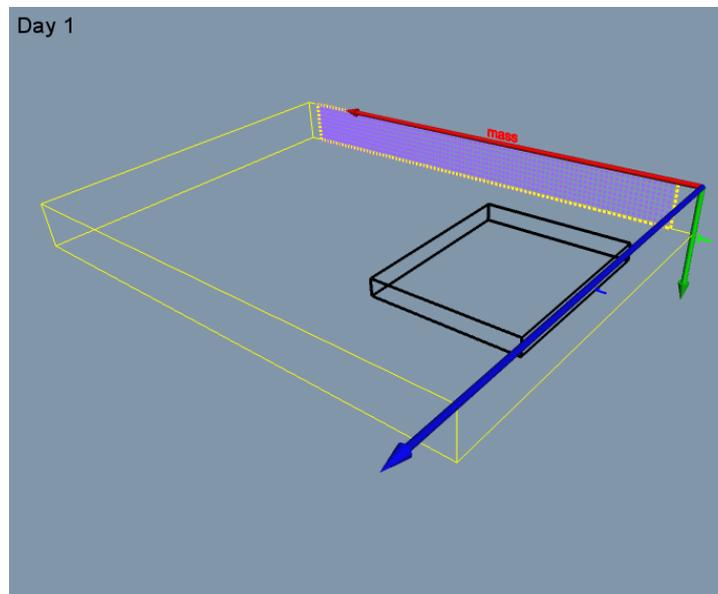
Le système

# Utiliser les noyaux de viabilité

Découverte

Détermination de nouveaux critères envisagés suite à l'examen de la forme du noyau

Un exemple en génie des procédés alimentaires : analyse du noyau de viabilité associé au procédé d'affinage du Camembert qui prend classiquement 12 jours.

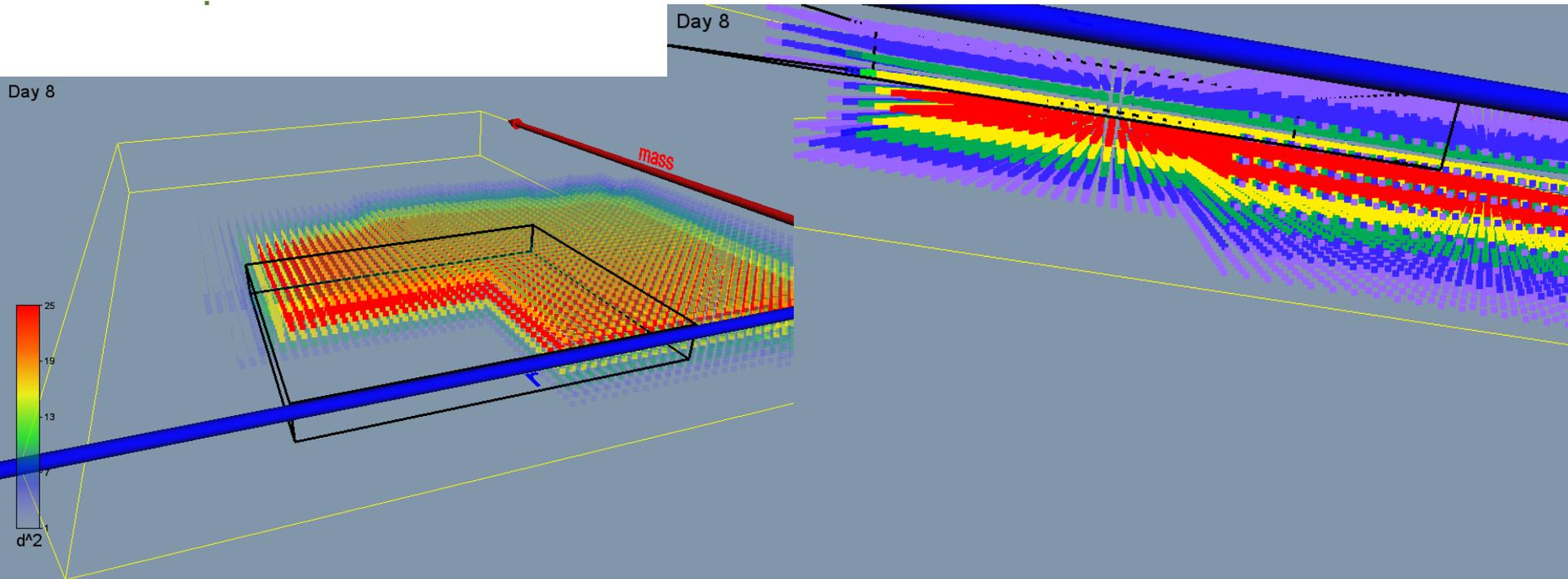


# Utiliser les noyaux de viabilité

## Découverte

Détermination de nouveaux critères envisagés suite à l'examen de la forme du noyau

- Nombreux points robustes communs à la cible et au jour 8
- ⇒ Peut-on affiner un camembert en 8 jours ?
- ⇒ Calcul d'un tube à 8 jours



# Utiliser les noyaux de viabilité

Optimisation a posteriori

Utiliser dans les critères d'optimisation la définition du noyau de viabilité

Exemple de la distance à la frontière du noyau de viabilité

# Optimisation a posteriori

Exemple théorique :

$$\begin{array}{l}
 \text{Dynamiques :} \\
 x'(t) = x'_0 \quad x'_0 > 0 \\
 y'(t) = y'_0 + u(t) \quad y'_0 > 0 \\
 u(t) \in [-u_0; +u_0] \quad u_0 > 0
 \end{array}$$

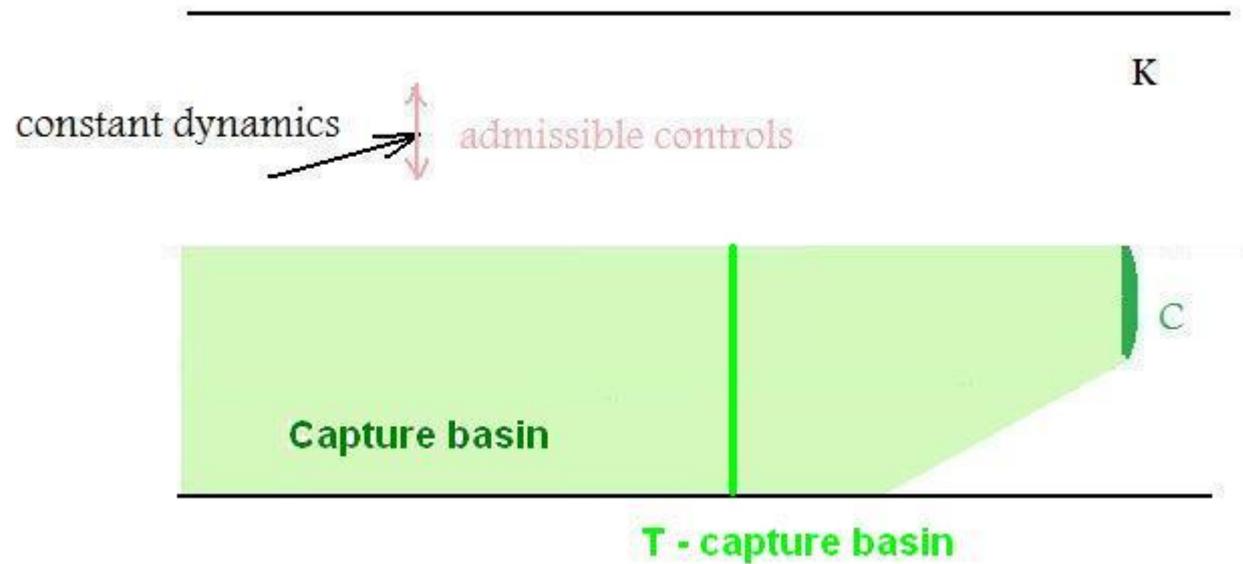
$$\text{Contraintes :} \quad K := \{(x, y) \mid y \in [y_{1,K}; y_{2,K}]\}$$

Cible :

$$C := \{(x, y) \mid x = x_1 \text{ and } y \in [y_{1,C}; y_{2,C}]\}$$

# Optimisation a posteriori

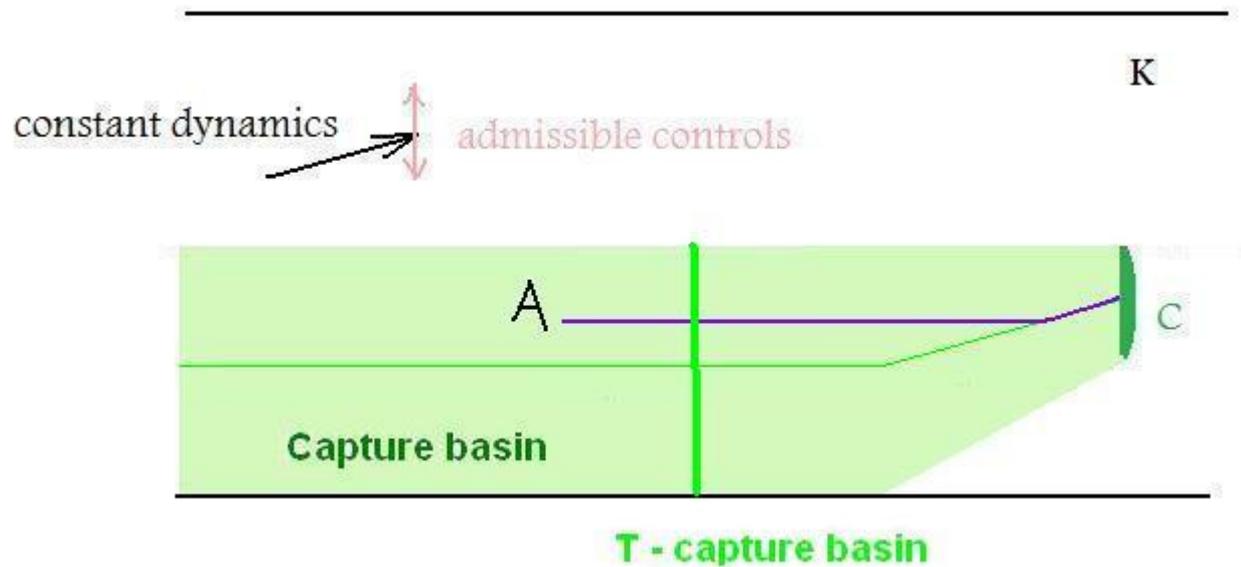
Exemple théorique :



# Optimisation a posteriori

Exemple théorique :

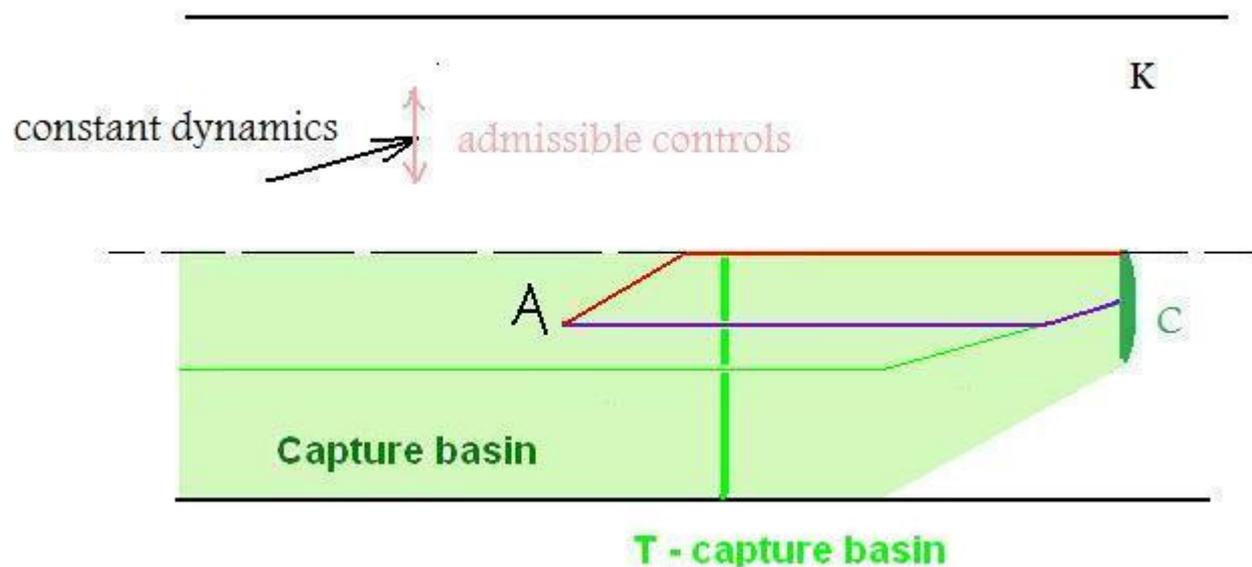
Issue de A la trajectoire qui maximise la distance à la frontière du noyau de viabilité :



# Optimisation a posteriori

Exemple théorique :

Issue de A la trajectoire qui maximise la distance à la frontière de K :





PAUSE

# Atout de la viabilité : une formulation de problème centrée sur les contraintes

Viabilité : maintenir un système dynamique dans un ensemble de contraintes (Aubin, 91; De Lara et Doyen,07)

- Les contraintes s’expriment dans l’espace d’état
- L’effet des contrôles fait partie du modèle
- ...

En pratique : on ne choisit pas de critère d’optimisation ou de scénario d’action prédéfini, mais on choisit les zones de fonctionnement souhaitable et les actions possibles (comme dans la démarche comMod (Barreteau 03, Etienne, 10) , on déplace la négociation)

Intérêt : formalisme mieux adapté

- à la gestion environnementale (seuils, évitement, difficulté à définir ce qui est optimal, etc.)
- à la négociation entre acteurs

Discussion directe sur les  
contraintes et les contrôles

# Viabilité et ingénierie de l'environnement et du développement durable

Les enjeux du développement durable

*If sustainability means anything more than a vague emotional commitment, it must require that something be conserved for the very long run. It is very important to understand what that thing is. (Solow, 1993, p.167-168)*

Deux défis majeurs du développement durable :

- prendre en compte des enjeux concurrents comme les préoccupations environnementales et le développement économique
- assurer l'équité intergénérationnelle

# Viabilité et ingénierie de l'environnement et du développement durable

Vers une définition pratique de la durabilité

Dans une situation donnée, des indicateurs existent qui représentent les différents enjeux d'un développement qui puisse être qualifié de durable.

Un indicateur n'est ni une politique, ni un objectif, c'est une mesure.

Cependant définir des seuils sur ces indicateurs permet de définir des objectifs de durabilité.

Un développement peut ainsi être qualifié de durable si au cours de cette évolution tous les objectifs de durabilité sont satisfaits en tout temps.

Ces objectifs de durabilité peuvent ainsi être interprétés comme les droits minimaux qui doivent être garantis à chaque génération.

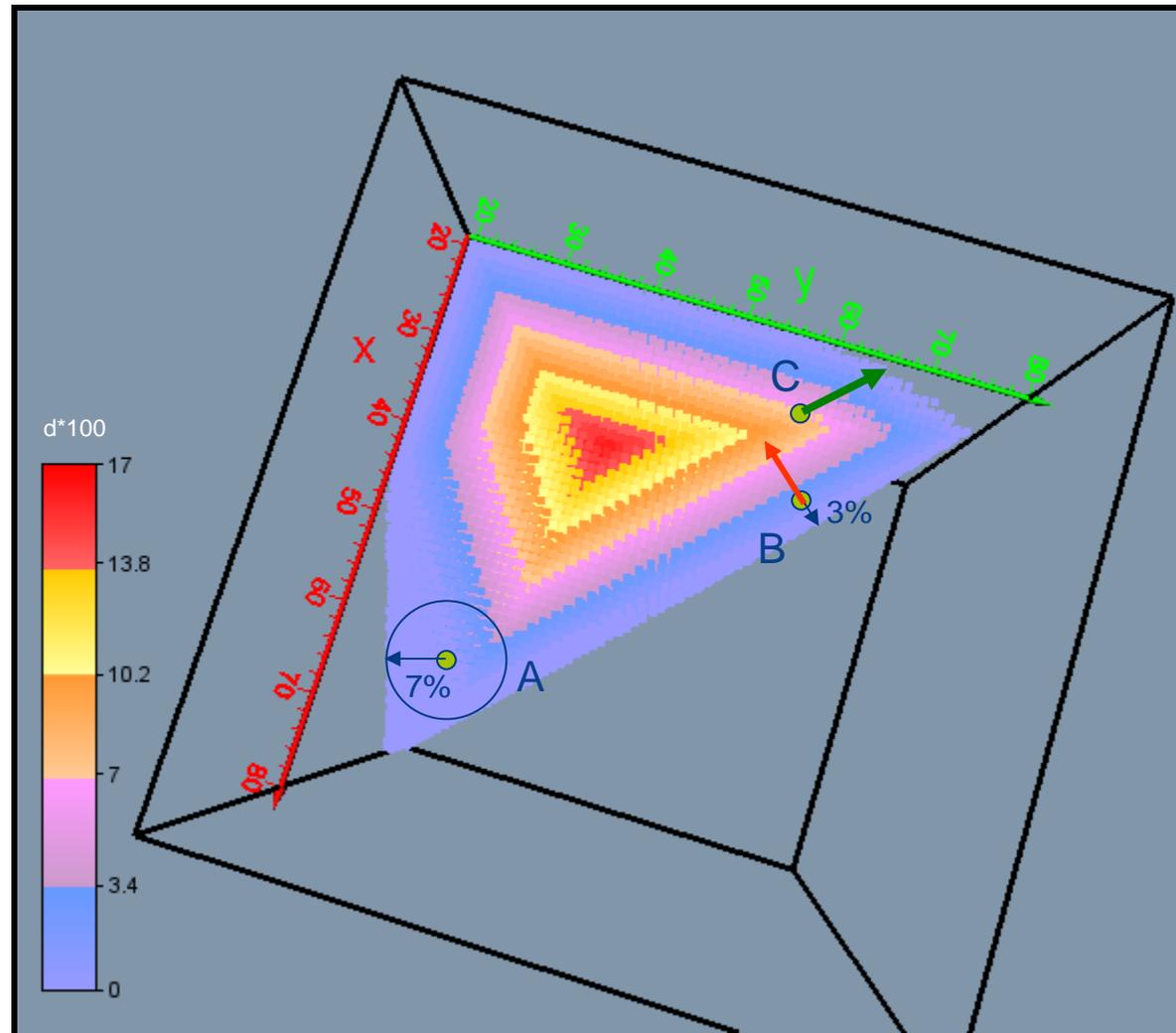
# Viabilité et ingénierie de l'environnement et du développement durable

Robustesse : Utiliser la distance à la frontière

Le point A est tout près de la frontière, mais la sensibilité est portée par le prestige des langues.

En B si le prestige de chaque langue reste constant, il faut favoriser le bilinguisme

En C, on voit la perturbation maximale que la population peut absorber : ~6%



# Application au lac

58

La distance à la frontière renseigne sur la robustesse d'un état ou d'une trajectoire

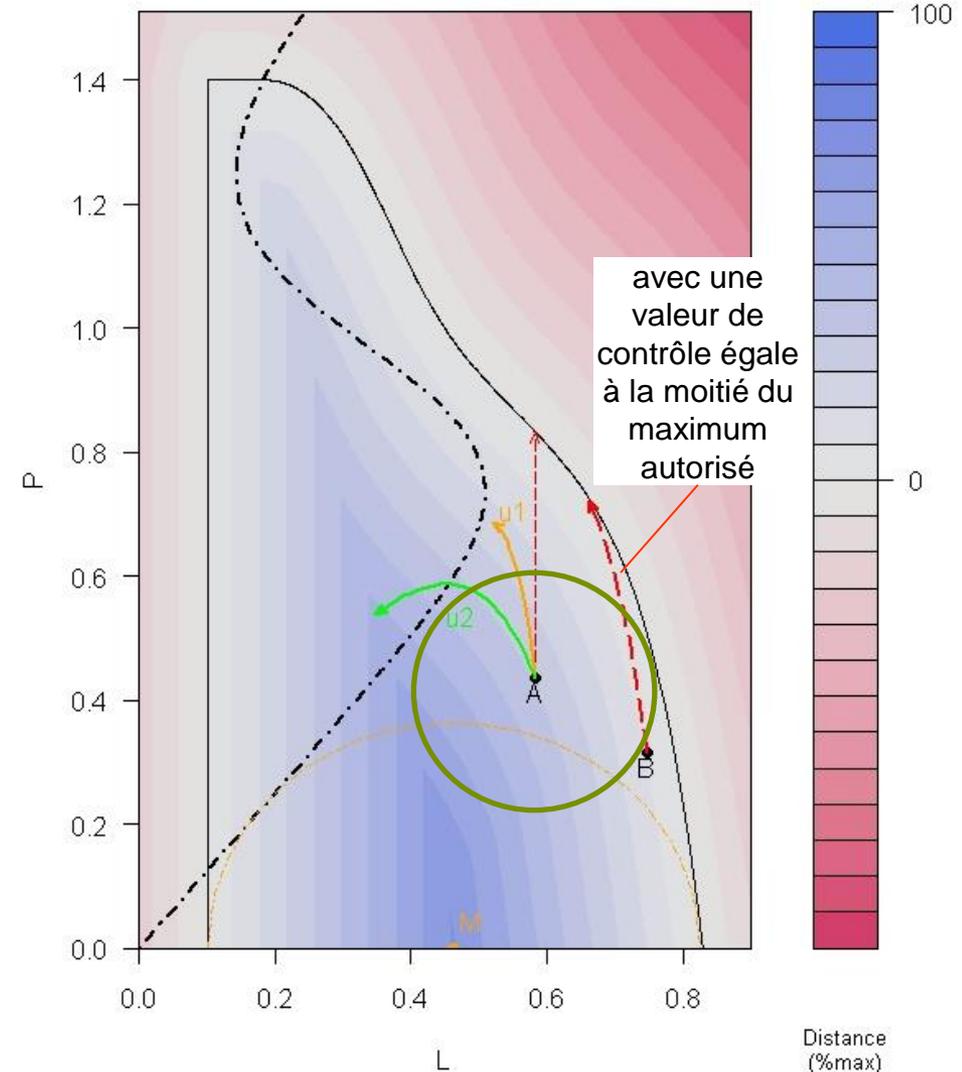
Le noyau de la dynamique du lac devrait être contrôlable : large boule maximale centrée sur M

B n'est pas un état robuste :

- il est proche de la frontière
- la plage de contrôle qui permet aux trajectoires de rester viable est étroite

A est un état robuste :

- il est éloigné de la frontière
- la plupart des trajectoires issues de A sont viables



# Donner une mesure de la valeur de résilience

Le concept de résilience en écologie

Résilience (Holling, 1973) : La capacité d'un système à recouvrer certaines propriétés essentielles perdues à la suite de perturbations.

L'enjeu de l'étude de la résilience est d'éviter des situations dans lesquelles des perturbations peuvent conduire à des situations irrémédiables et faciliter la restauration des propriétés essentielles, lorsque cela est possible.



# Donner une mesure de la valeur de résilience

L'intérêt d'évaluer la résilience

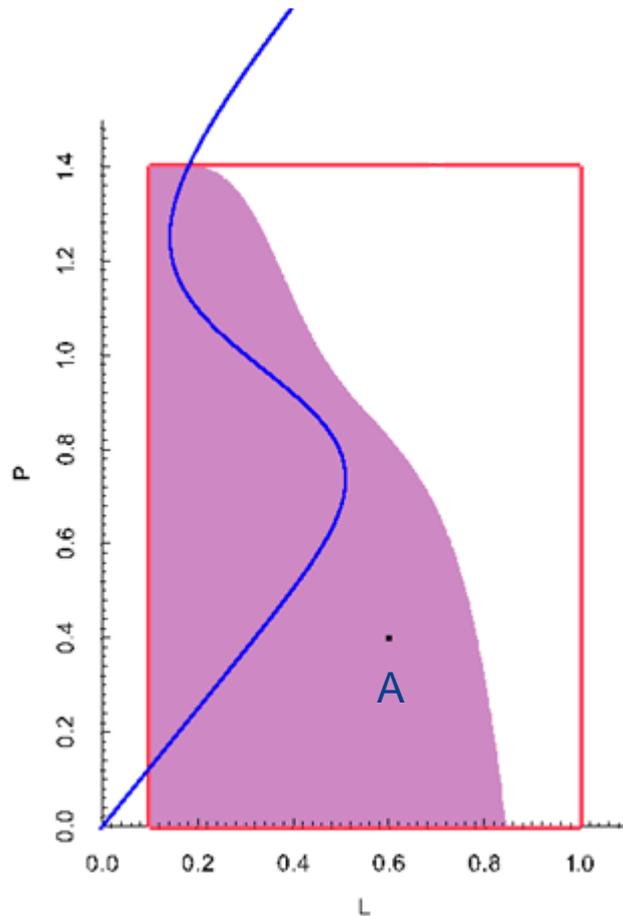
Une valeur de résilience doit renseigner sur l'impact d'une perturbation éventuelle sur la capacité du système à préserver certaines propriétés.

- la valeur de la résilience sera **infinie** si à la suite de toute perturbation envisagée, la propriété peut être préservée,
- la valeur de la résilience sera **nulle** si l'une des perturbations envisagées cause une perte irrémédiable de la propriété,
- la valeur de la résilience sera **finie** mais non nulle si à la suite d'une des perturbations envisagées la propriété sera perdue, mais qu'elle peut toujours être restaurée. Le coût maximal de cette restauration étant l'inverse de la valeur de la résilience.

L'inverse du coût nécessaire pour restaurer et préserver certaines propriétés du système suite à une perturbation.

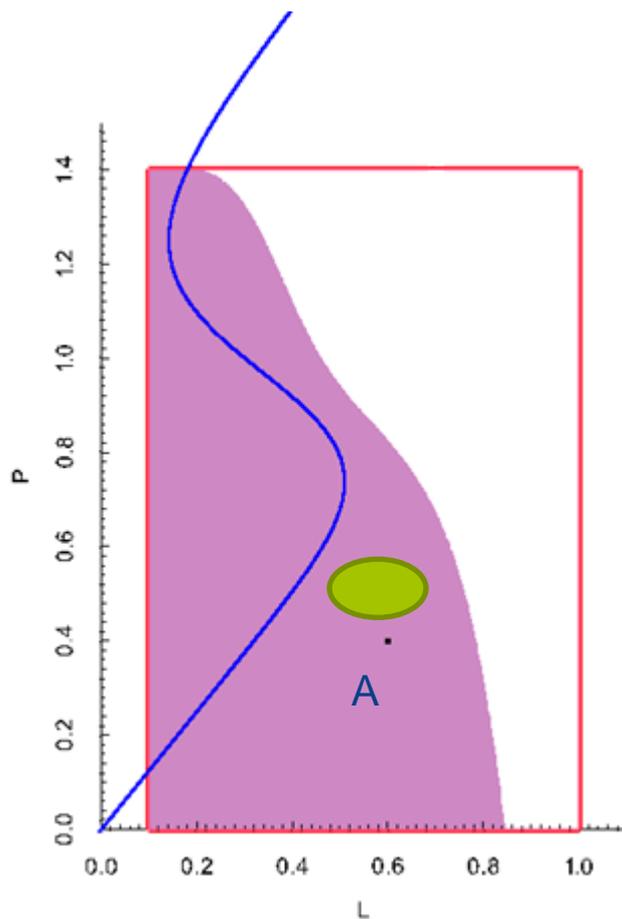
# Donner une mesure de la valeur de résilience

Mesure de la résilience proposée dans le cadre de modèles



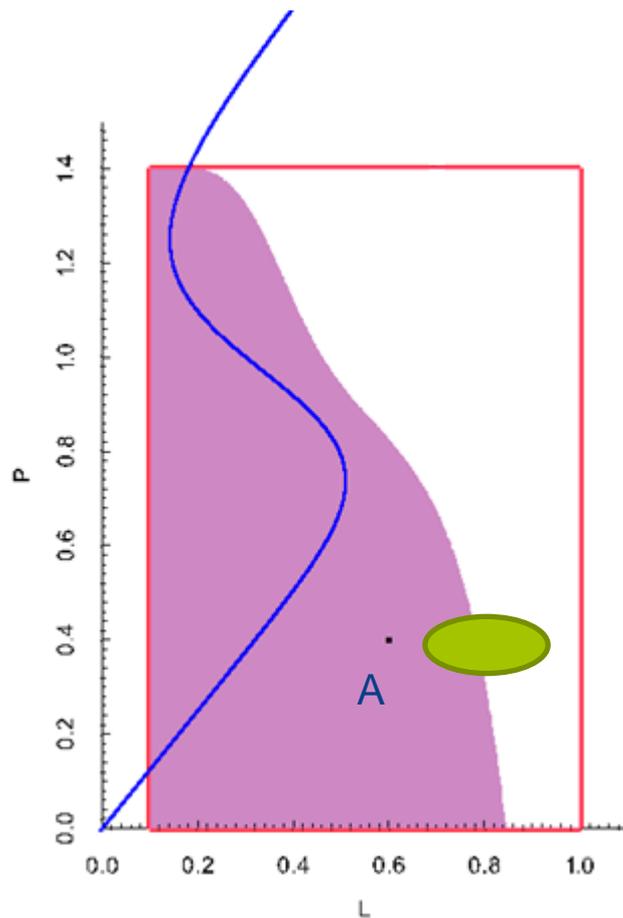
# Donner une mesure de la valeur de résilience

Mesure de la résilience proposée dans le cadre de modèles



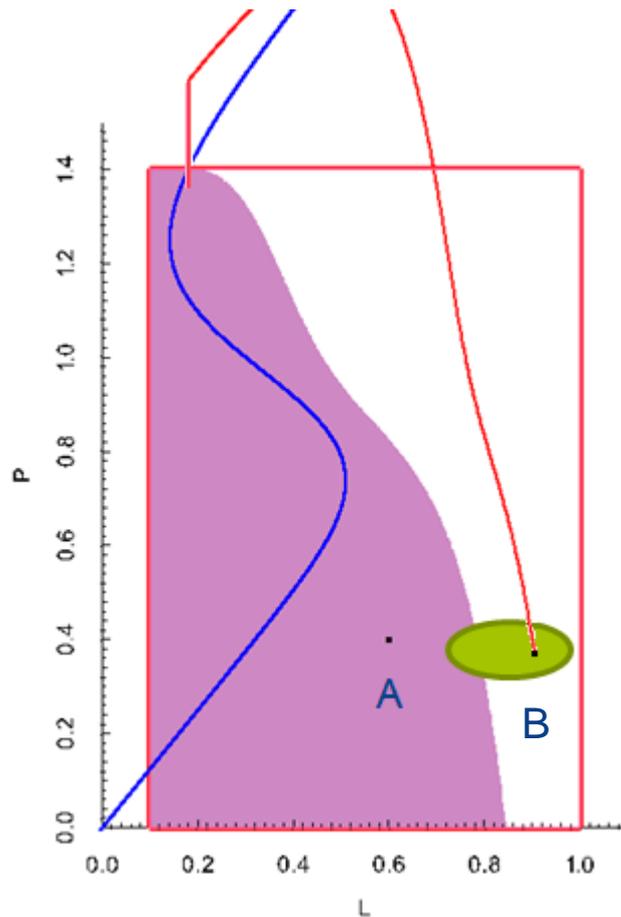
# Donner une mesure de la valeur de résilience

Mesure de la résilience proposée dans le cadre de modèles



# Donner une mesure de la valeur de résilience

Mesure de la résilience proposée dans le cadre de modèles



# Donner une mesure de la valeur de résilience

Mesure de la résilience proposée dans le cadre de modèles

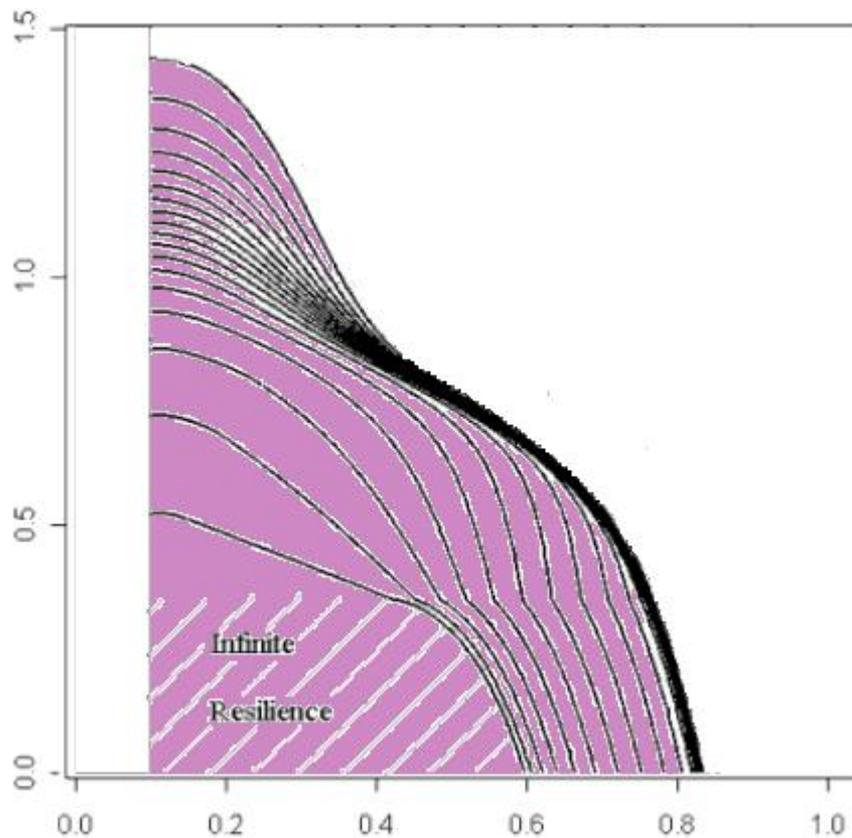
Dans le formalisme de la théorie de la viabilité :

$$R(x) := \frac{1}{\max_{x_1 \in D(x)} \min_{x_1(\cdot) \in \mathcal{S}(x_1)} \int_0^\infty (1 - \mathbb{1}_{\text{Viab}_S(K)}(x_1(\tau))) d\tau .}$$

# Donner une mesure de la valeur de résilience

Dans le modèle du lac

Résultats obtenus :





# Conclusion : comment se rapprocher de l'opérationnel ?

Intérêt et Potentiel

Limites de la méthode et Perspectives

# Intérêt et potentiel

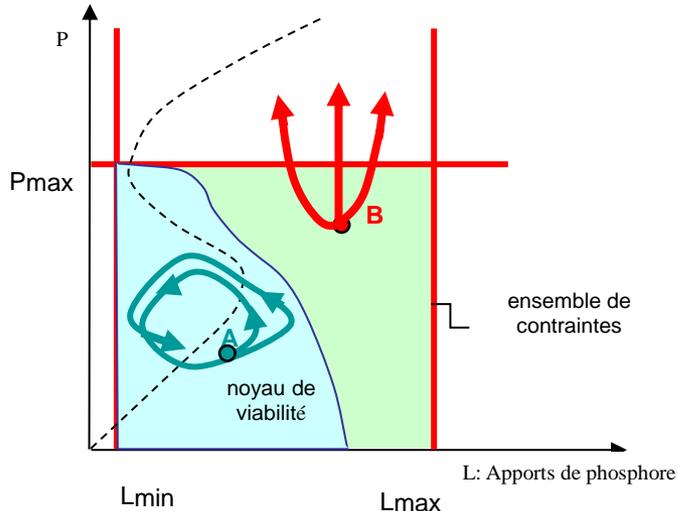
En pratique : pas de critère d'optimisation ou de scénario d'action prédéfini, mais on choisit les zones de fonctionnement souhaitable et les actions possibles

comme dans la démarche de gestion participative comMod (Barreteau 03, Etienne, 10).



formalisme très adapté

- quand il est difficile de définir ce qui est optimal
- pour la négociation entre acteurs : on ne se focalise pas directement sur les solutions



La viabilité ne se focalise pas sur les résultats asymptotiques ou l'appartenance à un bassin d'attraction => utile pour modéliser la durabilité

L'analyse du résultat (noyau, bassin de capture) peut être très riche, en rendant explicite des problèmes ou des opportunités qui étaient implicites

Les scénarios possibles sont un produit de l'étude de viabilité et non un présupposé

La résistance aux perturbations peut être prise en compte (via la robustesse, la résilience) dans une 2<sup>ème</sup> phase, dans la recherche de stratégies et l'optimisation

# Limites ou opportunités

- Disposer d'un système d'équations pour décrire le fonctionnement du système contrôlé
- Algorithmes gourmands en mémoire et temps de calcul (approximation sur une grille)
  - => calcul distribué
- Approximation du noyau par l'extérieur
- Effort de recherche sur les algorithmes
- Effort de recherche sur les systèmes à plusieurs niveaux (viabilité individuelle et collective)

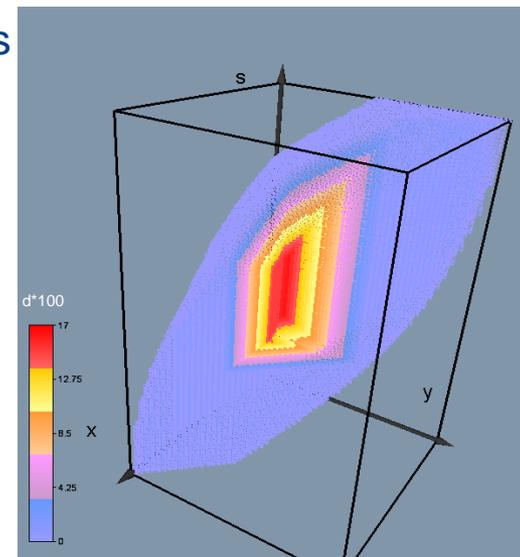
# Viabilité globale : Bon exemple

- Problème simple : un seul niveau, dimension faible
- Plusieurs niveaux : variables de niveau global et contrôle de niveau global
- Exemple : population vue de manière statistique (individus, arbres, etc.)

Modèle de langue : évolution de la proportion de personnes parlant une langue dans la population (3 groupes de personnes : A, B , bilingue AB et s le “prestige” de la langue A)

- Le contrôle est la vitesse de variation de s : effet des mesures visant à favoriser le prestige d’une langue : emploi réservé, traduction, etc.
- Ce contrôle est pris au niveau le plus élevé (par l’état).
- On veut conserver une proportion minimale de monolingues

Pas de problème d’interprétation lié à l’agrégation des individus



# Viabilité individuelle et collective

## Limites de l'approche globale

- Pertinence de l'agrégation des variables ?
- Comment faire appliquer un contrôle global au niveau local ?
- Des individus qui ne peuvent pas être regroupés dans leur comportement ou dans leur décision ?





# Pistes de recherche

## Viabilité individuelle et collective

Mechanisme design : construire des règles de fonctionnement telles que les préoccupations de viabilité individuelle concourent à la viabilité globale

En amenant des informations au niveau individuel (concernant le niveau global, exemple de EDF australien)

## Analyse de viabilité

Confronter les résultats des analyses de viabilité au réel :

Illustration de comportements potentiels

Souligner des incompatibilités

Raisonner sur les concepts (risque, incertitude, résilience, ...)