COMPÉTITION LINGUISTIQUE : STRATÉGIES POUR FAVORISER LA COEXISTENCE DURABLE EN PRÉSENCE DE BILINGUISME

Alvarez Isabelle, Bernard Claire, Martin Sophie et Saint-Pierre Patrick

Cemagref
Sciences, eaux & territoires

Les modèles de compétition entre langues de type Abrams Strogatz

- ***Les variables retenues pour décrire le système***
- **La taille de la population est supposée constante, les variables sont les proportions des groupes de personnes parlant les différentes langues :**
- **σ_A est la proportion de personnes parlant la langue A,**
- **σ_B est la proportion de personnes parlant la langue B,**
- **la proportion des bilingues vaut $\sigma_{AB} = 1 - \sigma_A - \sigma_B$.**

Les phénomènes modélisés

- Chacun de ces groupes exerce sur les autres des influences qui conduisent certains de leurs membres à acquérir un nouveau langage ou à ne plus en utiliser une autre. Une langue est d'autant plus attrayante qu'elle a de nombreux locuteurs et que son prestige est grand. Ainsi :

$$P_{B\to A} = s_A \sigma_A^a.$$

- s_A représente le prestige de la langue A et *a* est un paramètre qui modélise comment l'attrait de la langue A augmente avec la proportion de personnes parlant la langue A.

- Les variations de σ_A sont données par l'addition des nouveaux locuteurs et la soustraction de ceux qui l'ont abandonnée :

$$\frac{d\sigma_A}{dt} = \sigma_B P_{B\to A} - \sigma_A P_{A\to B} = (1-\sigma_A)\sigma_A^a s_A - \sigma_A(1-\sigma_A)^a s_B$$

Cas bilingue

- En présence d’un troisième groupe noté AB :
- $$\frac{d\sigma_A}{dt} = \sigma_B P_{B\to A} + \sigma_{AB} P_{AB\to A} - \sigma_A (P_{A\to B} + P_{A\to AB})$$
- Les transitions monolingue à monolingue sont extrêmement rares.
- Les taux de transfert d'un groupe à l'autre sont encore fonctions de l'attrait défini par Abrams et Strogatz avec une hypothèse d'asymétrie entre monolingues et bilingues (Castello et al., 2006) : les monolingues A deviennent bilingues à un taux proportionnel à l'attrait de la population parlant uniquement la langue B ; les bilingues deviennent monolingues A, à un taux proportionnel à l'attrait exercé par toutes les personnes qui utilisent la langue A y compris les bilingues (cette hypothèse permet d'observer le phénomène de bilingues n'utilisant plus la langue A même en absence de locuteur monolingue A) :
- $$\begin{aligned} P_{AB\to A} &= (1-\sigma_B)^a s_A \\ P_{A\to AB} &= \sigma_B^a s_B \end{aligned}$$
- Par conséquent, le modèle à deux dimensions cette fois, σA et σB , s'écrit :
- $$\begin{aligned} \frac{d\sigma_A}{dt} &= (1-\sigma_A-\sigma_B)(1-\sigma_B)^a s_A - \sigma_A \sigma_B^a s_B \\ \frac{d\sigma_B}{dt} &= (1-\sigma_A-\sigma_B)(1-\sigma_A)^a s_B - \sigma_B \sigma_A^a s_A. \end{aligned}$$

Les résultats obtenus

- L'étude des équilibres montre que nécessairement une des langue est condamnée à disparaître.

- D'où l'intérêt de se poser la question de la coexistence des langues dans le cadre peut être plus favorable où un contrôle est possible.

Le prestige relatif des langues comme contrôle

- Les modèles présentés jusqu'ici supposent un prestige relatif des deux langues, *s*, constant. Nous allons nous placer dans le cas d'un prestige relatif qui évolue avec le temps et supposer en plus que le gouvernement ou une autorité peut influencer ses variations.

- Ainsi, les variations du prestige relatif, $\frac{ds}{dt}$, deviennent un contrôle du système, *u*. Ces variations sont supposées bornées :

$$u \in U := [\underline{u}; \overline{u}]$$

La coexistence de langues vue comme un problème de viabilité

- Une fois envisagée la possibilité de contrôler les variations du prestige relatif des deux langues, le problème posé est la détermination de politiques de contrôle, lorsqu'elles existent, permettant de préserver une proportion minimale de locuteurs monolingues pour les deux langues. Ce problème peut être posé sous la forme d'un problème de viabilité classique : le système contrôlé est de dimension 3 (σ_A, σ_B et s) :
-

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_A}{dt} &= (1-\sigma_A-\sigma_B)(1-\sigma_B)^a s_A - \sigma_A \sigma_B^a s_B \\
\frac{d\sigma_B}{dt} &= (1-\sigma_A-\sigma_B)(1-\sigma_A)^a s_B - \sigma_B \sigma_A^a s_A \\
\frac{ds}{dt} &= u \\
u &\in U
\end{aligned}$$

La coexistence de langues vue comme un problème de viabilité

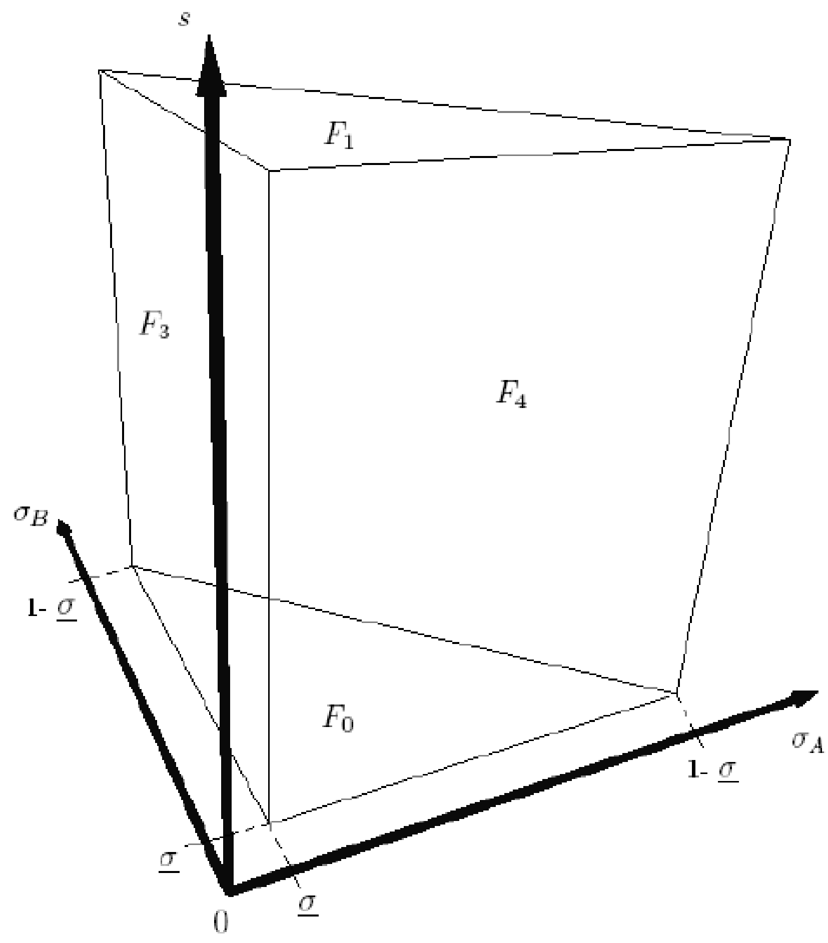
- **L'ensemble des contraintes traduit la volonté de conserver au cours du temps des proportions de groupes monolingues pour chacune des deux langues supérieures à un seuil strictement positif :**
-

$$\forall t \geq 0 \begin{cases} \underline{\sigma} & \leq \sigma_A(t) \leq & 1 \\ \underline{\sigma} & \leq \sigma_B(t) \leq & 1 \\ 0 & \leq s(t) \leq & 1 \end{cases}$$

- **L'objectif est donc de trouver des stratégies de contrôle au cours du temps, telles que les contraintes soient vérifiées tout au long de l'évolution.**

Ensemble des contraintes

$$K := [\underline{\sigma};1] \times [\underline{\sigma};1] \times [0;1]$$

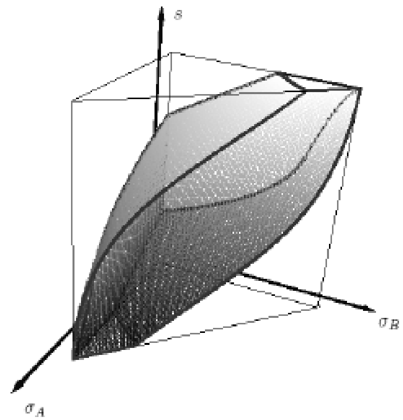


Domaines de viabilité

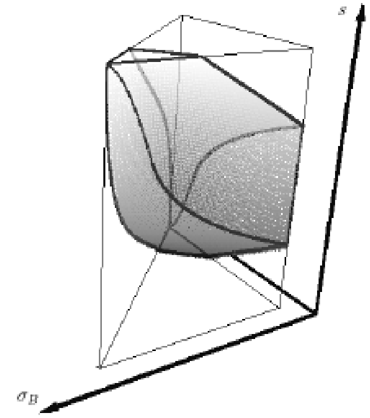
- Une situation appartenant à *K* satisfait les critères de coexistence fixés. Cependant, le système modélisé évolue au cours du temps, si bien que rien n'assure que dans le futur ces critères seront toujours satisfaits.
- A partir d'une situation appartenant au domaine de viabilité, il existe au moins une stratégie de contrôle du prestige relatif qui permet d'assurer la coexistence. En dehors, cette existence n'est pas garantie.

Cemagref
Sciences, eaux & territoires

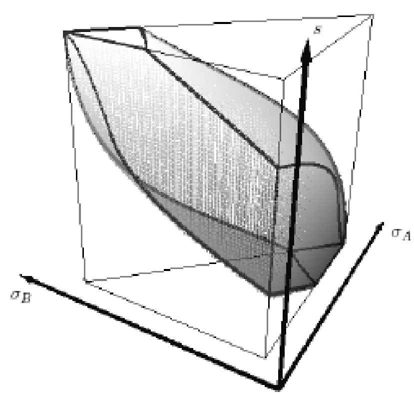
Domaines de viabilité



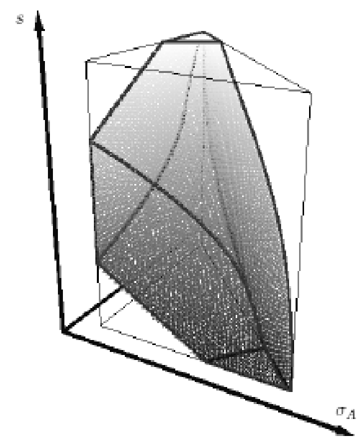
(a)



(b)



(c)



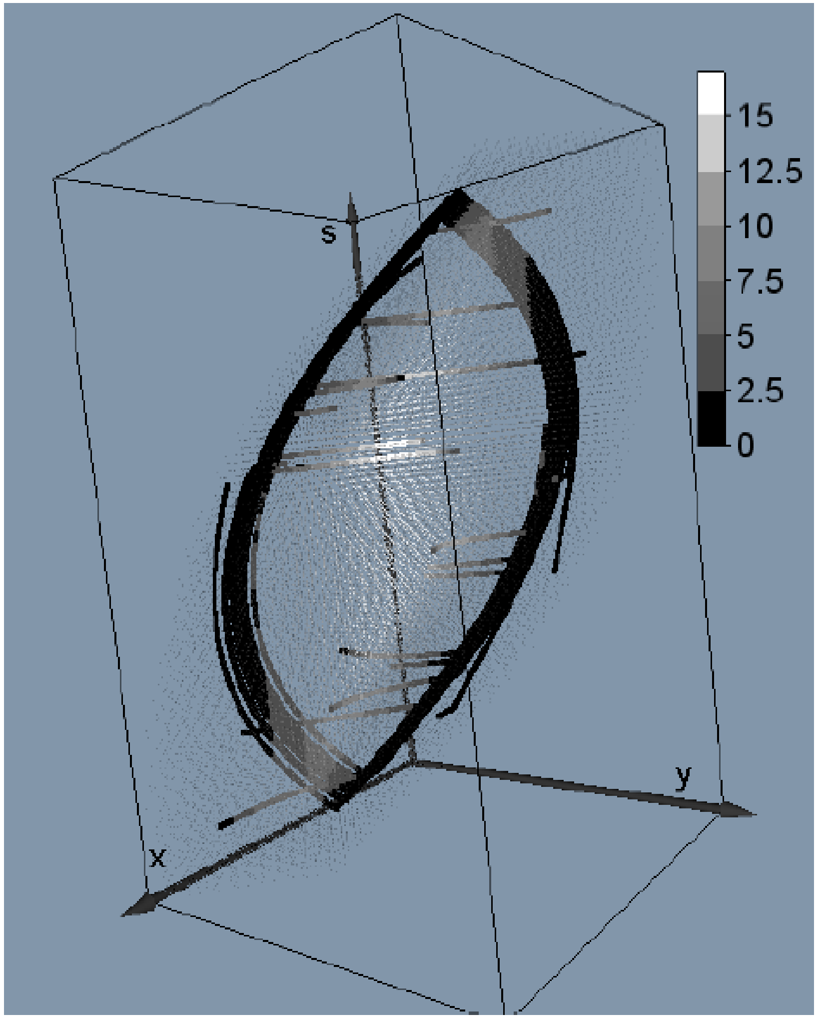
(d)

Les évolutions lourdes

- Correspondent au choix à chaque instant parmi les contrôles viables du contrôle qui minimise la norme de la variation de ce contrôle. Autrement dit, la valeur du contrôle reste constante sauf lorsqu'il est nécessaire de le modifier pour éviter de sortir du domaine de viabilité, et dans ce cas on choisit la modification la plus légère.

- La figure suivante montre des exemples d'évolutions lourdes à partir de situations initiales prises au hasard dans le domaine de viabilité. En général, ces évolutions suivent le flot du système dynamique avec un contrôle constant, c'est à dire une variation du prestige constante, jusqu'à atteindre la frontière du domaine de viabilité. Une fois sur la frontière du domaine de viabilité, tous les contrôles viables appartiennent à l'espace tangent, et par conséquent les évolutions restent sur la frontière jusqu'à rencontrer la frontière de l'ensemble des contraintes et pouvoir entrer à nouveau à l'intérieur du domaine. C'est la raison pour laquelle ces évolutions restent longtemps sur la frontière du domaine.

Les évolutions lourdes

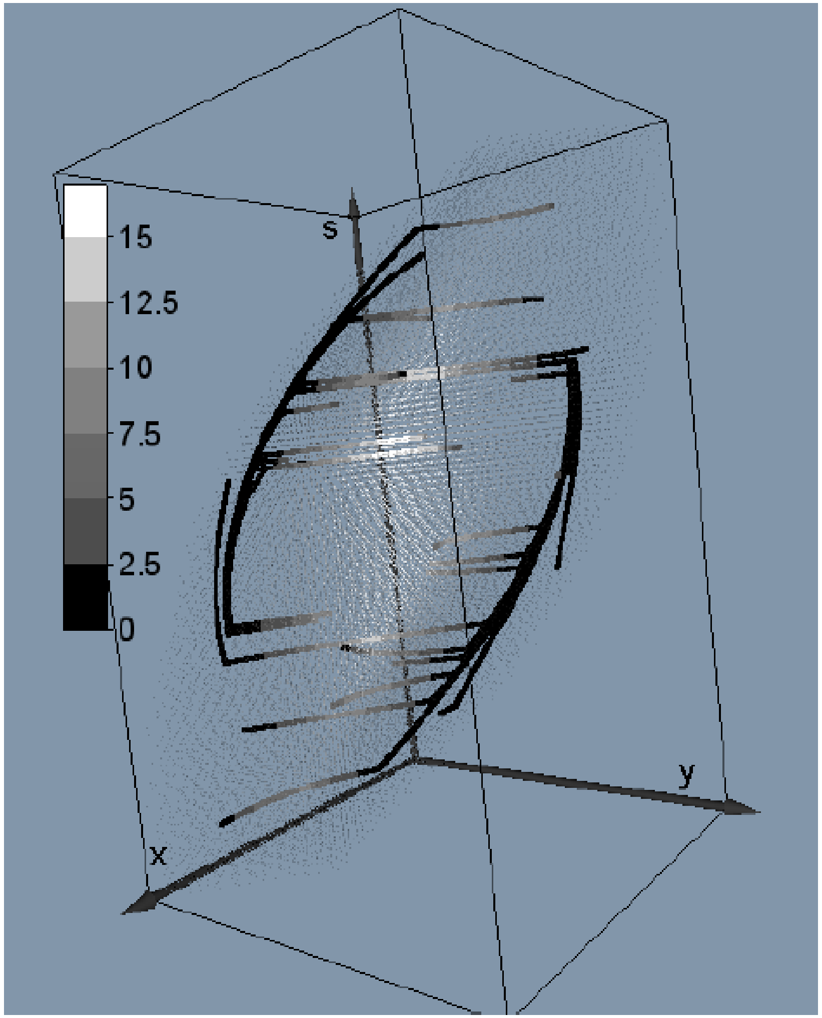


Les évolutions lentes

- Correspondent à un choix à chaque pas de temps du contrôle viable dont la norme est la plus petite. Ainsi, le système n'est pas contrôlé sauf lorsque c'est indispensable.

- Dans la figure suivante, plusieurs évolutions lentes sont représentées. En général, ces évolutions suivent le flot du système dynamique avec prestige relatif constant (et non plus variation du prestige constante comme dans le cas de l'évolution lourde), jusqu'à atteindre la frontière du domaine de viabilité. Une fois sur la frontière du domaine de viabilité, tous les contrôles viables appartiennent à l'espace tangent au domaine, par conséquent, les évolutions suivent la frontière du domaine jusqu'à rencontrer la frontière de l'ensemble des contraintes et pouvoir entrer à nouveau à l'intérieur du domaine. C'est la raison pour laquelle, comme les évolutions lourdes, ces évolutions restent longtemps sur la frontière du domaine.

Les évolutions lentes



Cemagref
Sciences, eaux & territoires

Envisager des perturbations

- **Leur nature**
  - **Des perturbations exogènes peuvent produire des variations brusques de chacune de ces variables d'état. Des migrations massives peuvent par exemple produire des modifications brusques des proportions de chacun des groupes. Un événement exceptionnel dans un groupe parlant l'une des langues peut bouleverser le prestige relatif des langues.**
- **Leurs conséquences sur la coexistence des langues**
  - **Les conséquences de ces perturbations exogènes ne sont pas contenues dans la dynamique du système. Elles provoquent un « saut » dans l'espace des états qui peut amener l'état du système hors du domaine de viabilité et donc dans une situation où la coexistence des langues n'est plus assurée.**

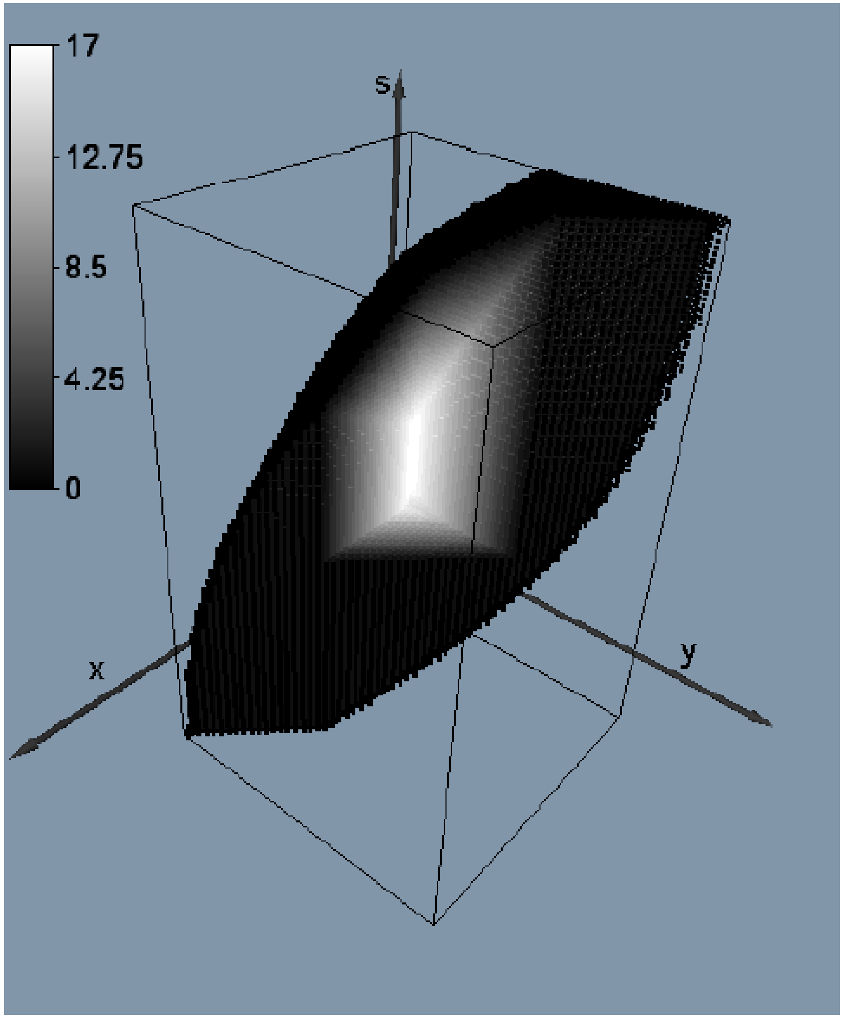
Cemagref
Sciences, eaux & territoires

L'analyse géométrique du domaine de viabilité

- Tous les états appartenant au domaine de viabilité ne sont pas équivalents face à ces perturbations, car lorsque le système est dans un état viable proche de la frontière du domaine de viabilité, son état peut quitter le domaine de viabilité.
- Ainsi les trajectoires lourdes et lentes de la section précédente sont souvent risquées car sur la frontière du domaine de viabilité.

Cemagref
Sciences, eaux & territoires

La carte des distances à la frontière



La projection des points sur la frontière

- Le projeté d'un point sur la frontière d'un ensemble est le point de la frontière le plus proche. La projection sur la frontière d'un domaine de viabilité donne donc la direction de la perturbation la plus dangereuse, celle qui cause la sortie du domaine de viabilité pour une intensité minimale.

La définition d'un seuil de précaution

- L'objectif des stratégies de sélection basées sur l'étude géométrique du domaine de viabilité est de proposer des fonctions de contrôles si elles existent qui soient robustes à des perturbations exogènes ou à des incertitudes de mesures sur les variables d'état.

- Le principe est de ne pas seulement suivre des stratégies viables mais de rester si possible loin de la frontière du domaine de viabilité.

- Le seuil de précaution est la distance minimale à laquelle nous souhaitons que les trajectoires soient de la frontière du domaine de viabilité. Ainsi, au cours d'une telle évolution, si une perturbation se produit d'une intensité inférieure au seuil, nous avons l'assurance qu'après cette perturbation l'état du système appartiendra encore au domaine de viabilité.

L'algorithme de construction de fonctions de contrôle robustes pour un seuil de précaution fixé

- La carte des distances à la frontière associée à la carte des projections sur la frontière permet de définir des stratégies de sélection de fonctions de contrôles viables robustes.

- Comme dans le cas du contrôle lourd, le contrôle reste constant tant que la distance de l'état du système à la frontière du domaine de viabilité est supérieure au seuil de précaution fixé (dans le cas du contrôle lourd, ce seuil vaut 0). Lorsque ce seuil est atteint, le contrôle reste viable, mais par souci d'anticipation, est appliqué un contrôle viable au point de projection c'est-à-dire viable pour le point de la frontière du domaine de viabilité le plus proche.

Cemagref
Sciences, eaux & territoires

Exemples de plusieurs évolutions robustes pour différents seuils

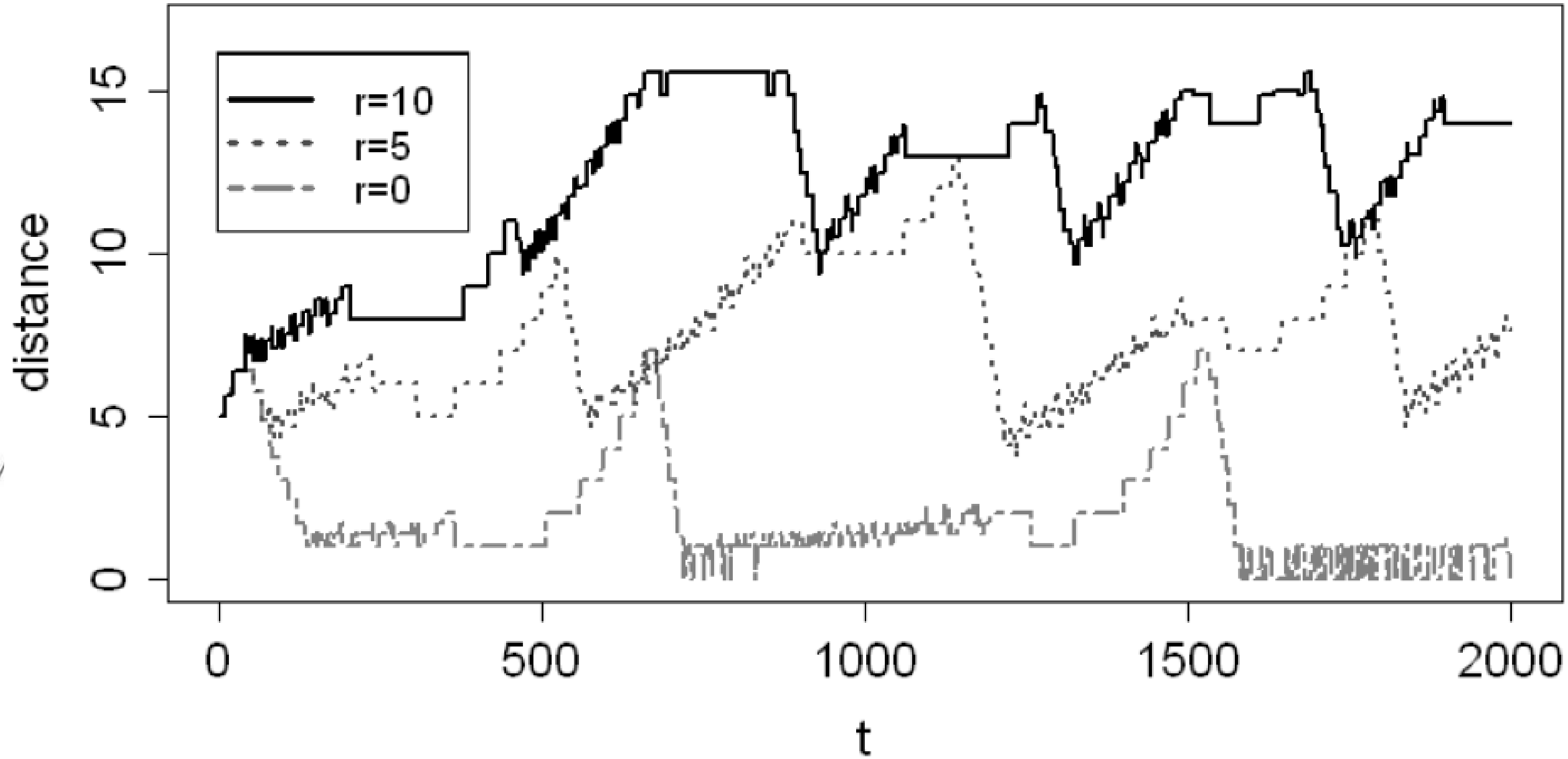
- La figure suivante montre la distance à la frontière du domaine de viabilité en fonction du temps pour trois évolutions qui partent de la même situation initiale à l'intérieur du domaine de viabilité mais qui suivent des stratégies de sélections robustes pour différents seuils.

- La stratégie lourde (seuil de précaution égal à 0) gouverne une évolution dont la distance à la frontière est souvent nulle.

- Les stratégies robustes avec des seuils strictement positifs gouvernent des évolutions dont la distance à la frontière ne passe jamais en dessous du seuil une fois que celui-ci est atteint.

Cemagref
Sciences, eaux & territoires

Exemples de plusieurs évolutions robustes pour différents seuils



Conclusion

- Pour les modèles de dynamiques d'évolution de l'utilisation des différentes langues dans une population multilingue de type Abrams et Strogatz (2003), l'utilisation au sein d'une population de plusieurs langues est un état transitoire. En effet, seuls les équilibres où l'une des deux langues a disparu sont stables.
- Cependant les populations multilingues existent. En considérant désormais le prestige relatif des langues comme une variable de contrôle, il est possible de distinguer des situations initiales de proportions des locuteurs, monolingues et bilingues, et de prestige relatif telles qu'il existe au moins une fonction de contrôle des variations du prestige relatif qui permette aux deux populations monolingues de conserver des proportions supérieures à une seuil strictement positif fixé : domaine de viabilité.
- A partir de situations initiales à l'intérieur du domaine de viabilité, il peut exister une infinité de fonctions de contrôle viables. Les évolutions viables classiques, évolutions lourdes et lentes, gouvernent des évolutions viables telles que l'état du système se trouve souvent sur la frontière du domaine de viabilité, stratégies risquées eu égard à d'éventuelles perturbations qui pourraient provoquer un saut de l'état du système hors du domaine de viabilité.
- L'analyse géométrique du domaine de viabilité en particulier la distance des points à la frontière du domaine ainsi que leur projection permet de définir une nouvelle stratégie de sélection de fonctions de contrôle viables et robustes car les évolutions viables qu'elles gouvernent ne s'approchent pas de la frontière à moins d'un seuil fixé.

Cemagref
Sciences, eaux & territoires

Perspectives

- Cependant, si une perturbation d'intensité supérieure au seuil de précaution fixé se produisait, l'état du système pourrait quitter le domaine de viabilité. Dans un tel cas, deux situations peuvent se produire :
  - soit l'état du système se trouve certes hors du domaine mais dans le bassin de capture de celui-ci,
  - soit il n'appartient pas non plus au bassin de capture.
- Dans le deuxième cas, cela signifie que quelle que soit désormais la politique de contrôle suivie, l'état du système ne peut être ramené dans le domaine de viabilité. Il faut alors envisager un changement dans la dynamique, une autre possibilité de contrôle par exemple.
- Dans le premier cas, il existe au moins une fonction de contrôle qui permet de ramener le système dans le domaine de viabilité. La question qui se pose alors est le coût de ce retour dans le domaine de viabilité qui peut être calculé par une étude de résilience comme dans Martin (2004) également à l'aide des méthodes et outils de la théorie de la viabilité.

Cemagref
Sciences, eaux & territoires